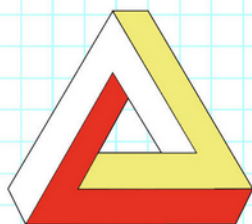
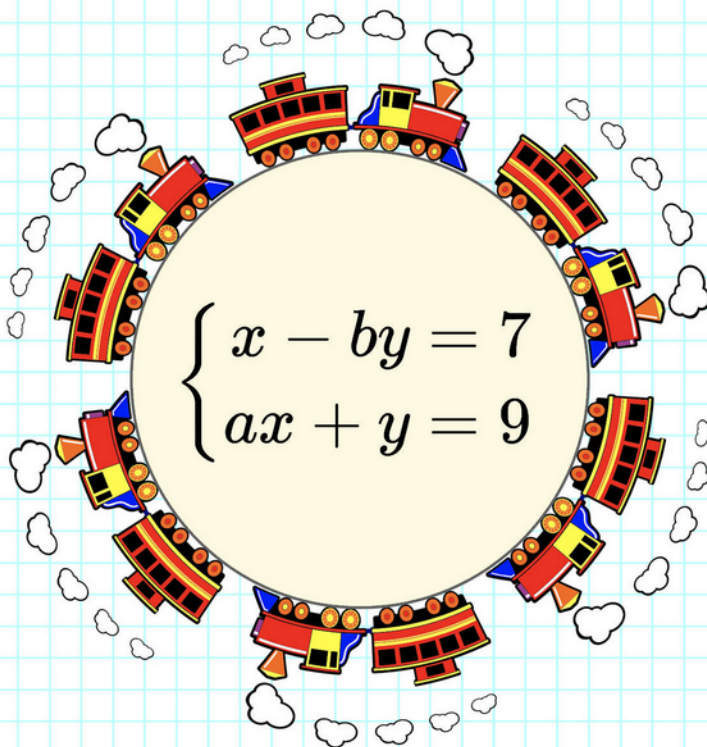


Е. В. Смыкалова

МАТЕМАТИКА

ЗАДАЧИ С ПАРАМЕТРАМИ



Е. В. Смыкалова

Математика
Задачи
с параметрами

6-7 классы

Демонверсия

Санкт-Петербург
СМИ МетаШкола
2025

УДК 373.51
ББК 20.я72

Смыкалова Елена Владимировна

C52

Математика. Задачи с параметрами.
6-7 классы / Е. В. Смыкалова. – СПб.: СМИ МетаШкола,
2025. – 73 с. – ISBN 978-5-6052864-5-5

Сборник содержит 130 задач с параметрами для 6-7 классов: решение уравнений с параметром, решение уравнений с модулем и параметром, линейная функция и её график, системы уравнений, задачи повышенной сложности. Приводятся образцы оформления для первых четырёх задач каждой главы. Ко всем задачам есть ответы и подробные решения в конце книги. Книга будет интересна и полезна ученикам 6-7 классов, их родителям и учителям математики.

ISBN 978-5-6052864-5-5 © Смыкалова Е. В., 2025
© СМИ МетаШкола, 2025

Все права защищены.

Эта книга, целиком или частично, не может быть использована или размещена где-либо в любой форме и с использованием любых технических средств без письменного разрешения владельца авторских прав. Нарушение прав преследуется по закону.

www.metaschool.ru

Оглавление

Предисловие.....	5
1. Уравнения с параметром.....	6
2. Уравнения с модулем и параметром.....	13
3. Линейная функция и её график.....	19
4. Системы уравнений.....	25
5. Задачи повышенной сложности.....	31
Решения и ответы.....	35

Предисловие

Сборник содержит 130 задач с параметрами для 6-7 классов: решение уравнений с параметром, решение уравнений с модулем и параметром, линейная функция и её график, системы уравнений, задачи повышенной сложности.

Рассматриваются различные способы решения задач. Приводятся образцы оформления для первых четырёх задач каждой главы. Ко всем задачам есть ответы и подробные решения в конце книги. Книга будет интересна и полезна ученикам 6-7 классов, их родителям и учителям математики.

Материал книги был апробирован на уроках математики, на занятиях математического кружка в Физико-математическом лицее № 366 Санкт-Петербурга и в интернет-кружке МетаШколы www.metaschool.ru.

Желаем успехов в изучении математики!

1. Уравнения с параметром

В уравнениях иногда некоторые коэффициенты заданы не конкретными числами, а обозначены буквами. Такие буквы называются параметрами. Предполагается, что эти параметры могут принимать любые числовые значения.

Например, уравнения с неизвестным x и параметром k :
 $kx=5$; $2x+k=7$; $3x+4=5k$.

Решить уравнение с параметром —

- найти корни заданного уравнения при всех возможных значениях параметра;
- показать, что при определённых значениях параметра корней нет.

Линейное уравнение $ax+b=c$ — уравнение с неизвестным x и параметрами a , b , c .

Если $a \neq 0$, то уравнение имеет единственный корень $x=(c-b):a$.

Если $a=0$, $b=c$, то корнями данного уравнения являются все действительные числа.

Если $a=0$, $b \neq c$, то данное уравнение корней не имеет.

1. Решить уравнение: $ax=3$.

Решение.

Если $a \neq 0$, можно разделить обе части уравнения на a , тогда корень уравнения: $x=3/a$.

Если $a=0$, уравнение принимает вид $0 \cdot x=3$, равенство неверно, решений нет.

Ответ: если $a \neq 0$, то $x=3/a$; если $a=0$, то решений нет.

-
-
-

50. При каком значении параметра k корни уравнений $3kx=4x-15$ и $4(x-1)=5(x+1)+6$ противоположные числа?

2. Уравнения с модулем и параметром

Модулем (абсолютной величиной) действительного числа x называется:

- само это число, если оно неотрицательное;
- число, взятое с противоположным знаком, если оно отрицательное.

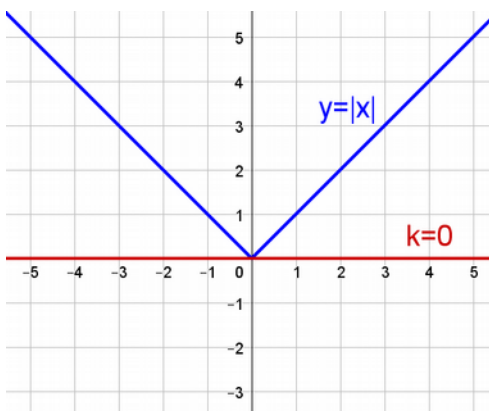
Модуль числа x :

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

Модуль любого действительного числа x есть неотрицательное число: $|x| \geq 0$.

Например:

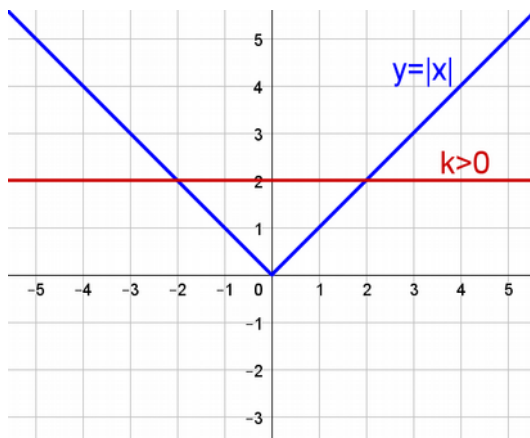
Уравнение с неизвестным x и параметром k : $|x|=k$.
Если $k=0$, то один корень: $x=0$.



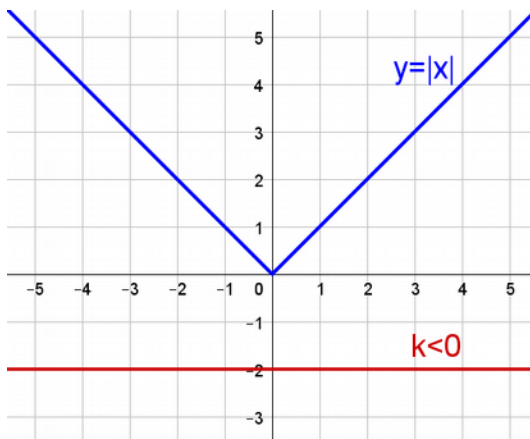
2. Уравнения с модулем и параметром

Демо

Если $k > 0$, то два различных корня: $x = k$; $x = -k$.



Если $k < 0$, то решений нет.



51. При каком значении параметра k уравнение $|3x+1|-5k=k-6$ имеет один корень?

Решение.

$$|3x+1|-5k=k-6;$$

$$|3x+1|=6k-6;$$

$$|3x+1|=6(k-1).$$

Уравнение имеет один корень, если $k-1=0$; $k=1$.

Если $k=1$, то один корень:

$$|3x+1|=0; 3x+1=0; x=-1/3.$$

Ответ: 1.

-
-
-

74. Решить уравнение $|5-x|+|x+1|=7-2k$, если $6k-5=2k+9$.

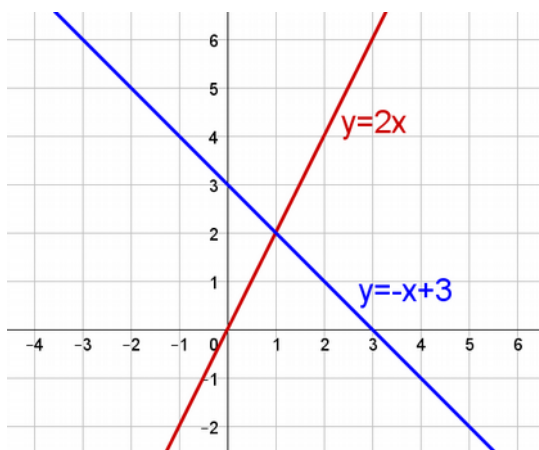
3. Линейная функция и её график

Линейной функцией называется функция вида $y=kx+b$, где k и b — заданные числа.

Графиком линейной функции $y=kx+b$ является прямая.

На плоскости возможны три случая взаимного расположения двух прямых.

1) Прямые пересекаются, имеют одну общую точку.
 $y=kx+b$; $y=nx+m$; $k \neq n$.

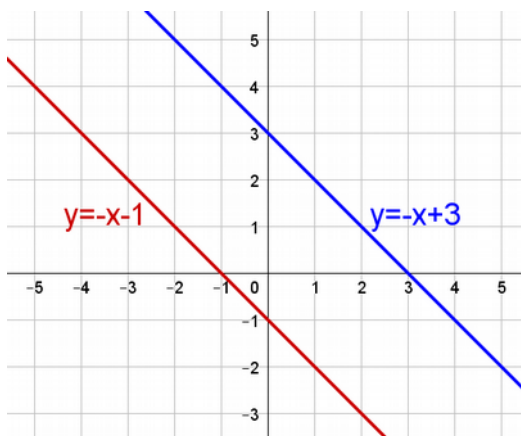


3. Линейная функция и её график

Демо

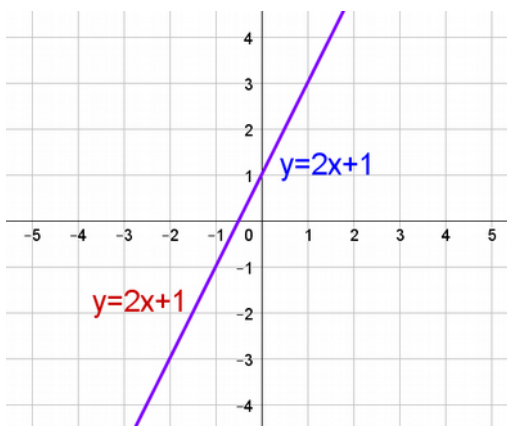
2) Прямые параллельны, не имеют общих точек.

$$y=kx+b; y=nx+m; k=n.$$



3) Прямые совпадают.

$$y=kx+b; y=nx+m; k=n; b=m.$$



75. Графику функции $y=kx-2k+5$ принадлежит точка $(3; -1)$.
Найдите значение k .

Решение.

$$x=3; y=-1;$$

$$-1=k \cdot 3 - 2k + 5;$$

$$k=-6.$$

Ответ: -6 .

-
-
-

90. Найдите координаты точки пересечения прямых $y=ax+5$ и $2y-3x+b=0$, если первая прямая проходит через точку $A(-2; 3)$, а вторая — через точку $B(3; 4)$.

4. Системы уравнений

Решением системы двух уравнений с двумя неизвестными называют такую пару чисел x и y , которые при подстановке в эту систему обращают каждое её уравнение в верное равенство.

Решить систему уравнений — найти все её решения или установить, что их нет.

Решение системы уравнений:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0; \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0. \end{cases}$$

Если $a_1/a_2 = b_1/b_2 = c_1/c_2$, то система уравнений имеет бесконечное множество решений. Графическое решение: прямые совпадают.

Если $a_1/a_2 = b_1/b_2 \neq c_1/c_2$, то система уравнений противоречива, не имеет решений. Графическое решение: прямые параллельны.

Если $a_1/a_2 \neq b_1/b_2$, то система уравнений имеет единственное решение. Графическое решение: прямые пересекаются, имеют одну общую точку.

91. При каком значении k система уравнений

$$\begin{cases} x + ky = 4; \\ x - 3y = 5 \end{cases}$$

не имеет решений?

Решение.

Если $1/1 = k/(-3) \neq 4/5$, то система уравнений не имеет решений.

Система уравнений при $k = -3$ принимает вид:

$$\begin{cases} x - 3y = 4; \\ x - 3y = 5. \end{cases}$$

Система уравнений противоречива и решений не имеет при $k = -3$.

Ответ: -3 .

-
-
-

110. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x - ay = a; \\ 5x + y = -1. \end{cases}$$

5. Задачи повышенной сложности

111. При каких значениях параметра k уравнение $2k^2x^2 - 5kx = 3kx$ имеет ровно два различных корня?

Решение.

Привести уравнение к виду:

$$2k^2x^2 - 5kx = 3kx;$$

$$2k^2x^2 - 8kx = 0;$$

$$kx(kx - 4) = 0.$$

Если $k=0$, то $0 \cdot x = 0$, x — любое число;

если $k \neq 0$, то два различных корня: 0 ; $4/k$.

Ответ: $k \neq 0$.

-
-
-

130. При каких целых значениях параметра k уравнение $k^2x - 3 = 7 - 3kx$ имеет целые корни?

Решения и ответы

5. x — любое число.

6. x — любое число.

7. Если $a \neq 0$, то x — любое число;
если $a = 0$, то решений нет.

•
•
•

130. $-5; -2; -1; 2$.

$$k^2x - 3 = 7 - 3kx;$$

$$k^2x + 3kx = 7 + 3;$$

$$k(k+3) \cdot x = 10.$$

Если $k \neq 0$ и $k \neq -3$, то $x = 10 / (k(k+3))$.

Если $k = 0$ или $k = -3$, то $0 \cdot x = 10$, решений нет.

Целые делители числа 10: $\pm 1, \pm 2, \pm 5, \pm 10$.

$x = 10 / (k(k+3))$ — целое число, если k принимает значения:

$-5; -2; -1; 2$.

Если $k = -5$, то $x = 10 / (-5 \cdot (-2)) = 1$;

если $k = -2$, то $x = 10 / (-2 \cdot 1) = -5$;

если $k = -1$, то $x = 10 / (-1 \cdot 2) = -5$;

если $k = 2$, то $x = 10 / (2 \cdot 5) = 1$.

Электронные издания

([СМИ МетаШкола](#))

Задачи на числа

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 9 класс.

Задачи на части, дроби, проценты и пропорции

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на части и дроби. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на части и дроби. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби,

проценты и пропорции. 6 класс.

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби, проценты и пропорции. 7 класс.

5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби, проценты и пропорции. 8 класс.

6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби, проценты и пропорции. 9 класс.

Задачи на движение

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 4 класс.

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 5 класс.

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 6 класс.

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 7 класс.

5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 8 класс.

6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 9 класс.

Задачи на работу

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

4 класс.

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

5 класс.

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

6 класс.

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

7 класс.

5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

8 класс.

6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

9 класс.

Задачи по геометрии

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.

4 класс.

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.

5 класс.

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.

6 класс.

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.

7 класс.

5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.

8 класс.

6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.

9 класс.

Задачи по комбинаторике

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 9 класс.

Задачи по теории вероятностей

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории

вероятностей. 8 класс.

6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 9 класс.

Задачи по теории множеств

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 4 класс.

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 5 класс.

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 6 класс.

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 7 класс.

5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 8 класс.

6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 9 класс.

Задачи по теории графов

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов. 4 класс.

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов. 5 класс.

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов.

6 класс.

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов.

7 класс.

5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов.

8 класс.

6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов.

9 класс.

Задачи на логику

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на логику. 4 класс.

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на логику. 5 класс.

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на логику. 6 класс.

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на логику. 7 класс.

5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на логику. 8 класс.

6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на логику. 9 класс.

Задачи с параметрами

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи с параметрами.

6-7 классы.

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи с параметрами.

8-9 классы.

Бумажные издания

([Издательство СМИО Пресс](#))

1 класс

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 1 класс

2 класс

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 2 класс

3 класс

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 3 класс

4 класс

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 4 класс

5 класс

5. Смыкалова Е. В. Математика. Самостоятельные работы. 5 класс

6. Смыкалова Е. В. Математика. Сборник задач 5 класс

7. Смыкалова Е. В. Математика. Дополнительные главы 5 класс

8. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры 5 класс

5-6 классы

9. Смыкалова Е. В. Устный счёт в таблицах. 5-6 классы

10. Смыкалова Е. В. Математика. Опорные конспекты 5-6 классы

11. Смыкалова Е. В. Развивающее обучение на уроках математики в 5-6 классах. Программа, поурочное планирование, тесты

12. Смыкалова Е. В. Тренировка памяти и внимания на уроках математики 5-6 классы

13. Смыкалова Е. В. Устное умножение в таблицах. 5-6 классы

6 класс

14. Смыкалова Е. В. Математика. Сборник задач 6 класс

15. Смыкалова Е. В. Математика. Дополнительные главы 6 класс

16. Смыкалова Е. В. Математика. Самостоятельные работы. 6 класс

17. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры 6 класс

7 класс

18. Смыкалова Е. В. Математика. Сборник задач 7 класс
19. Смыкалова Е. В. Математика. Дополнительные главы 7 класс
20. Смыкалова Е. В. Алгебра. Самостоятельные работы. 7 класс.
21. Смыкалова Е. В. Самостоятельные работы по геометрии. 7 класс
22. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 7 класс

7-9 классы

23. Смыкалова Е. В. Алгебра. Опорные конспекты 7-9 классы
24. Смыкалова Е. В. Геометрия. Опорные конспекты 7-9 классы

8 класс

25. Смыкалова Е. В. Алгебра. Самостоятельные работы. 8 класс
26. Смыкалова Е. В. Геометрия. Самостоятельные работы. 8 класс
27. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 8 класс

8-9 классы

28. Смыкалова Е. В. Модули, параметры, многочлены.
8-9 классы

9 класс

29. Смыкалова Е. В. Самостоятельные работы по алгебре.
9 класс

30. Смыкалова Е. В. Самостоятельные работы по геометрии. 9 класс

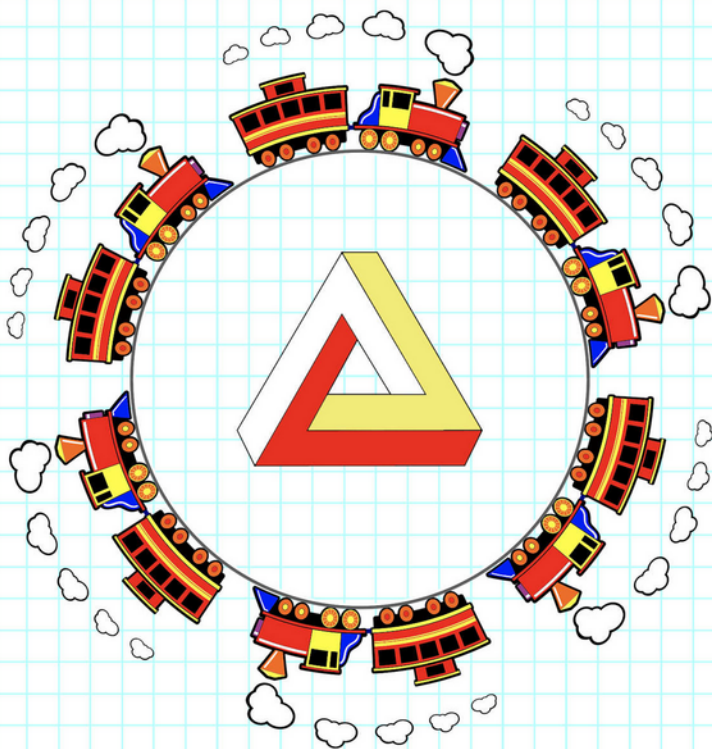
31. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 9 класс

Все классы

32. Смыкалова Е. В. Математические каникулы.

Увлекательные математические игры и головоломки

33. Смыкалова Е. В. Математические игры. На пляже, в пути, у камина



ISBN 978-5-6052864-5-5



9 785605 286455 >