Е. В. Смыкалова

# МАТЕМАТИКА

## ЗАДАЧИ НА ЛОГИКУ

## Если А, то В и С



9

Е. В. Смыкалова

# Математика
# Задачи
# на логику

## 9 класс

## Демоверсия

Санкт-Петербург
СМИ МетаШкола
2024

УДК 373.51
ББК 20.я72

Смыкалова Елена Владимировна

С52 Математика. Задачи на логику.
9 класс: Сборник задач / Е. В. Смыкалова. – СПб.: СМИ МетаШкола, 2024. – 113 с. – ISBN 978-5-6052864-4-8

Сборник содержит 130 задач на логику для 9 класса: задачи про высказывания, задачи на операции с высказываниями — отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, логические задачи повышенной сложности. Приводятся образцы оформления для первых четырёх задач каждой главы. Ко всем задачам есть ответы и подробные решения в конце книги. Книга будет интересна и полезна ученикам 9 класса, их родителям и учителям математики.

ISBN 978-5-6052864-4-8
© Смыкалова Е. В., 2024
© СМИ МетаШкола, 2024

Все права защищены.
Эта книга, целиком или частично, не может быть использована или размещена где-либо в любой форме и с использованием любых технических средств без письменного разрешения владельца авторских прав. Нарушение прав преследуется по закону.

www.metaschool.ru

# Оглавление

Предисловие.....5

1. Высказывания.....6

2. Операции над высказываниями.....15

2.1. Отрицание.....16

2.2. Конъюнкция.....23

2.3. Дизъюнкция.....30

2.4. Импликация.....39

3. Разные логические задачи.....50

Решения и ответы.....61

# Предисловие

Сборник содержит 130 задач на логику для 9 класса: задачи про высказывания, задачи на операции с высказываниями — отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, логические задачи повышенной сложности.

Рассматриваются различные способы решения задач. Приводятся образцы оформления для первых четырёх задач каждой главы. Ко всем задачам есть ответы и подробные решения в конце книги. Книга будет интересна и полезна ученикам 9 класса, их родителям и учителям математики.

Это шестая книга серии «Задачи на логику» для 4–9 классов.
Материал книги был апробирован на уроках математики, на занятиях математического кружка в Физико-математическом лицее № 366 Санкт-Петербурга и в интернет-кружке МетаШколы www.metaschool.ru.

Желаем успехов в изучении математики!

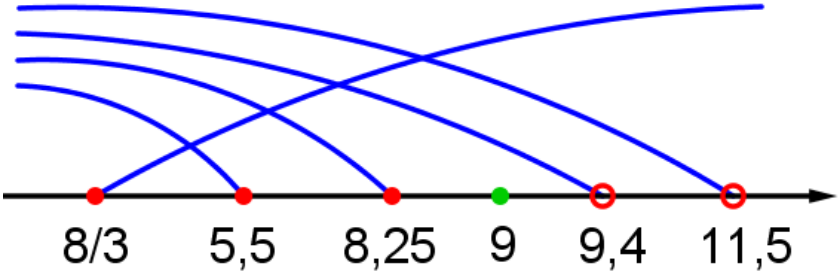
# 1. Высказывания

Высказывание — это всякое утверждение, о котором имеет смысл говорить, что оно истинно или ложно.
Примеры высказываний:
1) число 20 делится на 4 (истинное);
2) 12 больше, чем 16 (ложное).
Утверждения не являются высказываниями, если судить об их истинности или ложности невозможно.
Например, не высказывания:
1) число 25 делится на x;
2) x меньше, чем 18.
Не являются высказываниями призывы, например:
Летайте самолетами Аэрофлота!
Не являются высказываниями вопросы, например:
Кто решил задачу?

1. Для какого натурального числа x среди следующих неравенств три истинных и два ложных:
1) $2x \leq 11$;
2) $3x \geq 8$;
3) $4x \leq 33$;
4) $5x < 47$;
5) $6x < 69$?

Решение.

Решим задачу на числовой луче.




Это натуральное число 9.
1) x ≤ 5,5; ложное;
2) x ≥ 8/3; истинное;
3) x ≤ 8,25; ложное;
4) x < 9,4; истинное;
5) x < 11,5; истинное.
Ответ: 9.

- 
- 
- 

20. Учитель задумал целое число от 5 до 15 включительно. Ученики по очереди сказали следующее:
Первый: "Это число меньше, чем 5".
Второй: "Это число меньше, чем 6".

…
Десятый: "Это число меньше, чем 14".
Одиннадцатый: "Это число меньше, чем 15".
Двенадцатый: "Это число больше, чем 15".
…
Двадцать второй: "Это число больше, чем 5".
Сколько раз ученики сказали правду?

# 2. Операции над высказываниями

Из данных высказываний при помощи так называемых логических связок, к которым относятся частица "не", союзы "и", "или", слова "если …, то ..." можно образовывать новые высказывания.

**Отрицание** — это логическая операция, которая соответствует частице "не".

**Конъюнкция** (логическое умножение) — это новое высказывание, которое образуется из данных высказываний при помощи союза "и".

**Неисключающая дизъюнкция** (логическое сложение) — это новое высказывание, которое образуется из данных высказываний при помощи союза "или".

**Исключающая дизъюнкция** — высказывание "или A, или B".

**Импликация** — это новое высказывание, образованное из данных высказываний A и B при помощи слов "если …, то …".

# 2.1. Отрицание

**Отрицание** — это логическая операция, которая соответствует частице "не".
Каждому высказыванию можно сопоставить отрицание высказывания.
Если исходное высказывание истинно, то его отрицание ложно, и наоборот.

| А | не А |
|---|---|
| И | Л |
| Л | И |

Например:
высказывание "Десять больше пяти",
его отрицание "Десять не больше пяти" или
"Неверно, что десять больше пяти".
Высказывание "Десять больше пяти" — истинно,
его отрицание — ложно.

21. Составьте отрицание для высказывания:
"Значение выражения больше, чем 150".

Ответ:
Значение выражения не больше, чем 150.
Неверно, что значение выражения больше, чем 150.
Значение выражения меньше или равно 150.

- 
- 
- 

40. Антон, Боря, Витя, Гриша, Дима и Егор сдавали зачёт, затем сделали следующие утверждения:
Антон: "Боря не сдал зачёт".
Боря: "Витя не сдал зачёт".
Витя: "Гриша не сдал зачёт".
Гриша: "Дима не сдал зачёт".
Дима: "Егор не сдал зачёт".
Егор: "Антон не сдал зачёт".
Трое из шести учеников всегда лгут, а трое всегда говорят правду. Сколько из них сдали зачёт?

# 2.2. Конъюнкция

**Конъюнкция** (логическое умножение) — это новое высказывание, которое образуется из данных высказываний при помощи союза "и".
Конъюнкция истинна тогда и только тогда, когда все данные высказывания истинны.

| A | B | A и B |
|---|---|---|
| И | И | И |
| И | Л | Л |
| Л | И | Л |
| Л | Л | Л |

Например:
1) высказывание A — "20 делится на 5";
высказывание B — "25 делится на 5";
высказывание A и B — "20 делится на 5 и 25 делится на 5" истинно, так как оба высказывания A и B истинны;
2) высказывание A — "30 делится на 6";
высказывание B — "34 делится на 6";
высказывание A и B — "30 делится на 6 и 34 делится на 6"

ложно, так как высказывание B ложно.

41. Истинно или ложно высказывание: "131, 137 и 139 — простые числа"?

Решение.

Пусть высказывание A: "131 — простое число";
высказывание B: "137 — простое число";
высказывание C: "139 — простое число";
высказывание A, B и C: "131, 137 и 139 — простые числа".
Высказывание A — истинно,
высказывание B — истинно,
высказывание C — истинно.
высказывание A, B и C — истинно, так как все три высказывания истинны.
Ответ: истинно.

- 
- 
- 

60. Боря, Олег, Ваня, Миша и Антон играли в комнате и один из них случайно разбил вазу. На вопрос, кто это сделал, они ответили так:
Боря: "Это не я и не Олег";
Олег: "Это не я и не Ваня";

Ваня: "Это не я и не Миша";
Миша: "Это не я и не Боря";
Антон: "Я не знаю".
Оказалось, что трое сказали правду, а двое — неправду.
Знал ли Антон, кто разбил вазу?

# 2.3. Дизъюнкция

**Неисключающая дизъюнкция** (логическое сложение) — это новое высказывание, которое образуется из данных высказываний при помощи союза "или".
Неисключающая дизъюнкция истинна тогда и только тогда, когда истинно хотя бы одно из данных высказываний.

| А | В | А или В |
|---|---|---|
| И | И | И |
| И | Л | И |
| Л | И | И |
| Л | Л | Л |

Например:
1) высказывание А — "32 кратно четырём";
высказывание В — "32 кратно шести";
высказывание А или В — "32 кратно четырём или 32 кратно шести" истинно, так как истинно высказывание А;
2) высказывание А — "34 делится на 7";
высказывание В — "34 делится на 8";
высказывание А или В — "34 делится на 7 или 34 делится на 8" ложно, так как оба высказывания А и В ложны.

**Исключающая дизъюнкция** — высказывание "или А, или В" будет истинным, тогда и только тогда, когда одно из высказываний истинно, а другое ложно.

| А | В | или А, или В |
|---|---|---|
| И | И | Л |
| И | Л | И |
| Л | И | И |
| Л | Л | Л |

Например:
1) высказывание А — "5 — простое число";
высказывание В — "6 — простое число";
высказывание или А, или В — "или 5 простое число, или 6 простое число" истинно, так как высказывание А истинно, а высказывание В ложно;
2) высказывание А — "пять больше двух";
высказывание В — "семь больше двух";
высказывание или А, или В — "или пять больше двух, или семь больше двух" ложно, так как оба высказывания А и В истинны.

61. Даны числа: 37, 69, 57, 73. Для какого из данных чисел ложно высказывание: "Число больше шестидесяти или

число простое"?

Решение.

Пусть высказывание A: "Число меньше шестидесяти";
высказывание B: "Число простое";
высказывание A или B: "Число больше шестидесяти или число простое".
Для числа 37 высказывание A или B истинно, так как истинно высказывание B.
Для числа 69 высказывание A или B истинно, так как истинно высказывание A.
Для числа 57 высказывание A или B ложно, так как ложны оба высказывания.
Для числа 73 высказывание A или B истинно, так как оба высказывания истинны.
Ответ: 57.

- 
- 
- 

80. Боря, Ваня, Саша и Дима играли в волейбол. Один из них разбил мячом оконное стекло. На вопрос, кто это сделал, было получено пять ответов от пяти свидетелей:
1) или Боря, или Ваня, или Саша;
2) или Боря, или Ваня, или Дима;

3) или Боря, или Саша, или Дима;
4) или Ваня, или Саша, или Дима;
5) не знаю.
Оказалось, что четверо сказали правду, а один — неправду. Знал ли пятый свидетель, кто разбил стекло?

# 2.4. Импликация

**Импликация** — это новое высказывание, образованное из данных высказываний A и B при помощи слов "если …, то …".
Например, "если данное число делится на 4 и на 5, то оно делится на 20".
Высказывание A называют условием, а высказывание B — заключением.
В рассмотренном примере условием является высказывание "данное число делится на 4 и на 5", заключением — "число делится на 20".
Импликация считается ложным высказыванием только в том случае, когда условие истинно, а заключение ложно.

| A | B | Если A, то B |
|---|---|---|
| И | И | И |
| И | Л | Л |
| Л | И | И |
| Л | Л | И |

Например:
1) если число 100 делится на 5 и на 10, то оно делится на 10 (истинное высказывание);
2) если число 120 делится на 3, то оно делится на 9 (ложное высказывание);
3) если число 150 делится на 7, то оно делится на 8 (истинное высказывание).

81. Какие из данных высказываний истинные:
1) если 31 и 37 простые числа, то и 41 простое число;
2) если 43 и 53 простые числа, то и 63 простое число;
3) если 47 и 57 простые числа, то и 67 простое число;
4) если 61 и 71 простые числа, то и 91 простое число?

Решение.

1) Если 31 и 37 простые числа, то и 41 простое число; условие истинно, заключение истинно, высказывание истинное;
2) если 43 и 53 простые числа, то и 63 простое число; условие истинно, заключение ложно, высказывание ложное;
3) если 47 и 57 простые числа, то и 67 простое число; условие ложно, заключение истинно, высказывание истинное;
4) если 61 и 71 простые числа, то и 91 простое число. Условие истинно, поскольку 61 и 71 — простые числа.

Заключение ложно, поскольку 91 = 7 · 13.
Истинные высказывания: 1 и 3.
Ложные высказывания: 2 и 4.
Ответ: 1 и 3.

- 
- 
- 

100. Миша, Дима, Саша, Коля участвовали
в соревнованиях и заняли первых четыре места.
Известно, что:
1) если Миша не первый, то Коля не четвёртый;
2) если Дима третий или четвёртый, то Миша первый;
3) если Дима не третий, то Коля второй;
4) если Саша не первый, то Дима первый;
5) если Саша четвёртый, то Дима не первый.
Кто какое место занял?

# 3. Разные логические задачи

101. В стране три города: А, Б и В. Жители А всегда говорят правду, Б всегда лгут, а жители В строго попеременно лгут и говорят правду.
Пожарным позвонили: "У нас в городе пожар"!
"Где горит"?
"В городе В".
Пожарные уверены, что пожар есть. Куда им ехать?

Решение.

1) Допустим, звонили из В. Если первое утверждение верно (у них пожар), то второе тоже верно, а такого быть не может, и наоборот.
2) Допустим, звонили из А, если там пожар, то второе утверждение неверно, а такого быть не может.
Если пожар есть, то звонили не из В и не из А.
Значит, звонили из Б, так как они лгут, то пожар не в Б и не в В, а в А.
Звонили из Б, пожар в А.
Ответ: в город А.

- 
- 
- 

130. На уроке Дима, Ваня, Миша и Саша решали задачу, затем были сделаны следующие утверждения:
Дима: "Задачу решили трое — Ваня, Миша и Саша".
Ваня: "Задачу не решили трое — Дима, Миша и Саша".
Миша: "Дима и Ваня солгали".
Саша: "Дима, Ваня и Миша сказали правду".
Сколько учеников сказали правду?

# Решения и ответы

5. 11.
Истинные утверждения 1 и 3: 12, 18, 24, 30.
Истинные утверждения 1 и 4: 78, 84, 90, 96.
Истинные утверждения 2 и 3: 17, 34.
Истинные утверждения 2 и 4: 85.
11 чисел: 12, 18, 24, 30, 78, 84, 90, 96, 17, 34, 85.

- 
- 
- 

130. 1.
Высказывания Димы и Вани не могут быть одновременно истинными, следовательно, Саша солгал. Далее возможны два случая. 1) Миша сказал правду. Тогда солгали и Дима, и Ваня,
то есть правду сказал только один Миша.
2) Миша солгал. Тогда правду сказал или Дима, или Ваня. Один из них сказал правду.
В любом случае правду сказал только один ученик.

## Электронные издания

(СМИ МетаШкола)

### Задачи на числа

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 9 класс.

### Задачи на части, дроби, проценты и пропорции

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на части и дроби. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на части и дроби. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби,

проценты и пропорции. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби, проценты и пропорции. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби, проценты и пропорции. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби, проценты и пропорции. 9 класс.

## Задачи на движение

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 9 класс.

## Задачи на работу

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.
5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.
6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.
7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.
8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.
9 класс.

## Задачи по геометрии

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.
4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.
5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.
6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.
7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.
8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.
9 класс.

## Задачи по комбинаторике

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 9 класс.

## Задачи по теории вероятностей

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории

вероятностей. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 9 класс.

## Задачи по теории множеств

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 9 класс.

## Задачи по теории графов

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов.

6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов. 9 класс.

## Задачи на логику

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на логику. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на логику. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на логику. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на логику. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на логику. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на логику. 9 класс.

## Бумажные издания

(Издательство СМИО Пресс)

### 1 класс

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 1 класс

### 2 класс

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 2 класс

### 3 класс

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 3 класс

### 4 класс

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 4 класс

### 5 класс

5. Смыкалова Е. В. Математика. Самостоятельные работы. 5 класс
6. Смыкалова Е. В. Математика. Сборник задач 5 класс
7. Смыкалова Е. В. Математика. Дополнительные главы 5 класс

8. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры 5 класс

## 5-6 классы

9. Смыкалова Е. В. Устный счёт в таблицах. 5-6 классы
10. Смыкалова Е. В. Математика. Опорные конспекты 5-6 классы
11. Смыкалова Е. В. Развивающее обучение на уроках математики в 5-6 классах. Программа, поурочное планирование, тесты
12. Смыкалова Е. В. Тренировка памяти и внимания на уроках математики 5-6 классы
13. Смыкалова Е. В. Устное умножение в таблицах. 5–6 классы

## 6 класс

14. Смыкалова Е. В. Математика. Сборник задач 6 класс
15. Смыкалова Е. В. Математика. Дополнительные главы 6 класс
16. Смыкалова Е. В. Математика. Самостоятельные работы. 6 класс
17. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры 6 класс

## 7 класс

18. Смыкалова Е. В. Математика. Сборник задач 7 класс
19. Смыкалова Е. В. Математика. Дополнительные главы 7 класс
20. Смыкалова Е. В. Алгебра. Самостоятельные работы. 7 класс.
21. Смыкалова Е. В. Самостоятельные работы по геометрии. 7 класс
22. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 7 класс

## 7-9 классы

23. Смыкалова Е. В. Алгебра. Опорные конспекты 7-9 классы
24. Смыкалова Е. В. Геометрия. Опорные конспекты 7-9 классы

## 8 класс

25. Смыкалова Е. В. Алгебра. Самостоятельные работы. 8 класс
26. Смыкалова Е. В. Геометрия. Самостоятельные работы. 8 класс
27. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 8 класс

## 8-9 классы

28. Смыкалова Е. В. Модули, параметры, многочлены. 8-9 классы

## 9 класс

29. Смыкалова Е. В. Самостоятельные работы по алгебре. 9 класс
30. Смыкалова Е. В. Самостоятельные работы по геометрии. 9 класс
31. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 9 класс

## Все классы

32. Смыкалова Е. В. Математические каникулы. Увлекательные математические игры и головоломки
33. Смыкалова Е. В. Математические игры. На пляже, в пути, у камина

МетаШкола

# Если A, то B и C

ISBN 978-5-6052864-4-8