

Е. В. Смыкалова

МАТЕМАТИКА

ЗАДАЧИ НА ЛОГИКУ

Если А,
то В



Е. В. Смыкалова

Математика
Задачи
на логику

8 класс

Демонверсия

Санкт-Петербург
СМИ МетаШкола
2024

УДК 373.51
ББК 20.я72

Смыкалова Елена Владимировна

C52

Математика. Задачи на логику.

8 класс: Сборник задач / Е. В. Смыкалова. – СПб.: СМИ
МетаШкола, 2024. – 103 с. – ISBN 978-5-6052864-3-1

Сборник содержит 120 задач на логику для 8 класса: задачи про высказывания, задачи на операции с высказываниями — отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, логические задачи повышенной сложности. Приводятся образцы оформления для первых четырёх задач каждой главы. Ко всем задачам есть ответы и подробные решения в конце книги. Книга будет интересна и полезна ученикам 8 класса, их родителям и учителям математики.

ISBN 978-5-6052864-3-1

© Смыкалова Е. В., 2024

© СМИ МетаШкола, 2024

Все права защищены.

Эта книга, целиком или частично, не может быть использована или размещена где-либо в любой форме и с использованием любых технических средств без письменного разрешения владельца авторских прав. Нарушение прав преследуется по закону.

www.metaschool.ru

Оглавление

Предисловие.....	5
1. Высказывания.....	6
2. Операции над высказываниями.....	15
2.1. Отрицание.....	16
2.2. Конъюнкция.....	23
2.3. Дизъюнкция.....	29
2.4. Импликация.....	38
3. Разные логические задачи.....	49
Решения и ответы.....	58

Предисловие

Сборник содержит 120 задач на логику для 8 класса: задачи про высказывания, задачи на операции с высказываниями — отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, логические задачи повышенной сложности.

Рассматриваются различные способы решения задач. Приводятся образцы оформления для первых четырёх задач каждой главы. Ко всем задачам есть ответы и подробные решения в конце книги. Книга будет интересна и полезна ученикам 8 класса, их родителям и учителям математики.

Это пятая книга серии «Задачи на логику» 4 – 9 классы. Материал книги был апробирован на уроках математики, на занятиях математического кружка в Физико-математическом лицее № 366 Санкт-Петербурга и в интернет-кружке МетаШколы www.metaschool.ru.

Желаем успехов в изучении математики!

1. Высказывания

Высказывание — это всякое утверждение, о котором имеет смысл говорить, что оно истинно или ложно.

Примеры высказываний:

- 1) число 18 делится на 3 (истинное);
- 2) 10 больше, чем 15 (ложное).

Утверждения не являются высказываниями, если судить об их истинности или ложности невозможно.

Например, не высказывания:

- 1) число 20 делится на x ;
- 2) x меньше, чем 16.

Не являются высказываниями призывы, например:
Летайте самолетами Аэрофлота!

Не являются высказываниями вопросы, например:
Кто решил задачу?

1. Сколько таких двузначных натуральных чисел, для каждого из которых из следующих четырёх утверждений два истинных и два ложных:

- 1) число кратно 7;
- 2) число кратно 15;
- 3) число меньше, чем 40;
- 4) число не меньше, чем 80?

Решение.

Истинные утверждения 1 и 3: 14, 21, 28, 35.

Истинные утверждения 1 и 4: 84, 91, 98.

Истинные утверждения 2 и 3: 15, 30.

Истинные утверждения 2 и 4: 90.

10 чисел: 14, 21, 28, 35, 84, 91, 98, 15, 30, 90.

Ответ: 10.

-
-
-

20. Петя, Миша, Коля и Юра надели куртки разных цветов: белого, чёрного, серого и красного цвета. На вопрос, кто из них в какой куртке, были получены такие высказывания:

- 1) Коля — в серой, Юра — в белой;
- 2) Петя — в серой, Юра — в красной;
- 3) Коля — в чёрной, Миша — в серой.

В каждом высказывании одна часть истинная, а другая — ложная. Какого цвета куртка у Миши?

2. Операции над высказываниями

Из данных высказываний при помощи так называемых логических связок, к которым относятся частица "не", союзы "и", "или", слова "если ..., то ..." можно образовывать новые высказывания.

Отрицание — это логическая операция, которая соответствует частице "не".

Конъюнкция (логическое умножение) — это новое высказывание, которое образуется из данных высказываний при помощи союза "и".

Неисключающая дизъюнкция (логическое сложение) — это новое высказывание, которое образуется из данных высказываний при помощи союза "или".

Исключающая дизъюнкция — высказывание "или А, или В".

Импликация — это новое высказывание, образованное из данных высказываний А и В при помощи слов "если ..., то ...".

2.1. Отрицание

Отрицание — это логическая операция, которая соответствует частице "не".

Каждому высказыванию можно сопоставить отрицание высказывания.

Если исходное высказывание истинно, то его отрицание ложно, и наоборот.

А	не А
И	Л
Л	И

Например:

высказывание "Семь больше шести",
его отрицание "Семь не больше шести" или
"Неверно, что семь больше шести".

Высказывание "Семь больше шести" — истинно,
его отрицание — ложно.

21. Составьте отрицание для высказывания:
"Значение выражения меньше, чем 100".

Ответ:

Значение выражения не меньше, чем 100.

Неверно, что значение выражения меньше, чем 100.

Значение выражения больше или равно 100.

-
-
-

40. Антон, Витя, Дима, Коля и Миша сдавали зачёт, затем сделали следующие утверждения:

Антон: "Витя не сдал зачёт".

Витя: "Дима не сдал зачёт".

Дима: "Коля не сдал зачёт".

Коля: "Миша не сдал зачёт".

Миша: "Антон не сдал зачёт".

Двое из пяти учеников всегда лгут, а трое всегда говорят правду. Сколько из них сдали зачёт?

2.2. Конъюнкция

Конъюнкция (логическое умножение) — это новое высказывание, которое образуется из данных высказываний при помощи союза "и".

Конъюнкция истинна тогда и только тогда, когда все данные высказывания истинны.

А	В	А и В
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	Л
Л	Л	Л

Например:

1) высказывание А — "16 делится на 4";

высказывание В — "20 делится на 4";

высказывание А и В — "16 делится на 4 и 20 делится на 4" истинно, так как оба высказывания А и В истинны;

2) высказывание А — "25 делится на 5";

высказывание В — "28 делится на 5";

высказывание А и В — "25 делится на 5 и 28 делится на 5" ложно, так как высказывание В ложно.

41. Истинно или ложно высказывание:
"101 — простое число и 103 — простое число"?

Решение.

Пусть высказывание А: "101 — простое число";
высказывание В: "103 — простое число";
высказывание А и В: "101 — простое число и
103 — простое число".

Высказывание А — истинно,

высказывание В — истинно.

высказывание А и В — истинно, так как оба высказывания
истинны.

Ответ: истинно.

-
-
-

60. Ваня, Коля, Саша и Петя за контрольную работу
получили отметки 5, 4, 3, 2. На вопрос, у кого какая
отметка, двое из них дали верные ответы:

1) у Вани не 5 и не 4;

2) у Коли 2, а у Саши не 5.

Какую отметку получил каждый из них?

2.3. Дизъюнкция

Неисключающая дизъюнкция (логическое сложение) — это новое высказывание, которое образуется из данных высказываний при помощи союза "или".

Неисключающая дизъюнкция истинна тогда и только тогда, когда истинно хотя бы одно из данных высказываний.

A	B	A или B
И	И	И
И	Л	И
Л	И	И
Л	Л	Л

Например:

1) высказывание A — "28 кратно четырём";

высказывание B — "28 кратно шести";

высказывание A или B — "28 кратно четырём или 28 кратно шести" истинно, так как истинно высказывание A;

2) высказывание A — "32 делится на 6";

высказывание B — "32 делится на 9";

высказывание A или B — "32 делится на 6 или 32 делится на 9" ложно, так как оба высказывания A и B ложны.

Исключающая дизъюнкция — высказывание "или А, или В" будет истинным, тогда и только тогда, когда одно из высказываний истинно, а другое ложно.

А	В	или А, или В
И	И	Л
И	Л	И
Л	И	И
Л	Л	Л

Например:

1) высказывание А — "3 — простое число";

высказывание В — "4 — простое число";

высказывание или А, или В — "или 3 простое число, или 4 простое число" истинно, так как высказывание А истинно, а высказывание В ложно;

2) высказывание А — "четыре больше нуля";

высказывание В — "шесть больше нуля";

высказывание или А, или В — "или четыре больше нуля, или шесть больше нуля" ложно, так как оба высказывания А и В истинны.

61. Истинно или ложно высказывание:

"5 или 6 — корень уравнения $(x - 5)(x + 6) = 0$ "?

Решение.

Пусть высказывание А: "5 — корень уравнения

$$(x - 5)(x + 6) = 0";$$

высказывание В: "6 — корень уравнения $(x - 5)(x + 6) = 0$ ";

высказывание А или В: "5 или 6 — корень уравнения

$$(x - 5)(x + 6) = 0".$$

Корни данного уравнения: 5; - 6.

Высказывание А — истинно,

высказывание В — ложно,

высказывание А или В — истинно, так как одно из двух высказываний истинно.

Ответ: истинно.

-
-
-

80. Дима, Витя, Коля и Саша играли в комнате, и один из них разбил вазу. На вопрос, кто это сделал, было получено четыре ответа:

- 1) или Дима, или Витя;
- 2) или Дима, или Коля;
- 3) или Коля, или Саша;
- 4) или Саша, или Витя.

Сколько было правильных ответов из этих четырёх?

2.4. Импликация

Импликация — это новое высказывание, образованное из данных высказываний А и В при помощи слов "если ..., то ...".

Например, "если данное число делится на 3 и на 5, то оно делится на 15".

Высказывание А называют условием, а высказывание В — заключением.

В рассмотренном примере условием является высказывание "данное число делится на 3 и на 5", заключением — "число делится на 15".

Импликация считается ложным высказыванием только в том случае, когда условие истинно, а заключение ложно.

А	В	Если А, то В
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	И
Л	Л	И

Например:

1) если число 40 делится на 4 и на 5, то оно делится на 20

(истинное высказывание);

2) если число 45 делится на 9, то оно делится на 10

(ложное высказывание);

3) если число 50 делится на 4, то оно делится на 8

(истинное высказывание).

81. Какие из данных высказываний истинные:

1) если 2 — корень уравнения $x^2 = 4$, то и (-2) корень этого уравнения;

2) если 3 — корень уравнения $x^2 - 1 = 8$, то и 8 корень этого уравнения;

3) если 4 — корень уравнения $x^2 + 2 = 4$, то и 2 корень этого уравнения;

4) если 5 — корень уравнения $(x - 5)^2 = 0$, то и 0 корень этого уравнения?

Решение.

1) если 2 — корень уравнения $x^2 = 4$, то и (-2) корень этого уравнения; условие истинно, заключение истинно, высказывание истинно;

2) если 3 — корень уравнения $x^2 - 1 = 8$, то и 8 корень этого уравнения; условие истинно, заключение ложно, высказывание ложно;

3) если 4 — корень уравнения $x^2 + 2 = 4$, то и 2 корень этого уравнения; условие ложно, заключение ложно, высказывание истинно;

4) если 5 — корень уравнения $(x - 5)^2 = 0$, то и 0 корень этого уравнения; условие истинно, заключение ложно, высказывание ложно.

Истинные высказывания: 1 и 3.

Ложные высказывания: 2 и 4.

Ответ: 1 и 3.

-
-
-

100. Ваня, Дима, Петя, Саша участвовали в соревнованиях и заняли первых четыре места. Известно, что:

- 1) если Ваня не первый, то Петя не четвёртый;
- 2) если Дима третий или четвёртый, то Ваня первый;
- 3) если Дима не третий, то Петя второй;
- 4) если Саша четвёртый, то Дима не первый;
- 5) если Саша не первый, то Дима первый.

Кто какое место занял?

3. Разные логические задачи

101. На острове живут рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят только правду, а лжецы всегда только лгут. Путешественник, попавший на этот остров, встретил четырёх жителей острова и задал им вопрос: "Вы рыцари или лжецы"? Он получил такие ответы:
Первый говорит: "Я всегда говорю правду".
Второй говорит: "Среди нас один лжец".
Третий говорит: "Среди нас два лжеца".
Четвёртый говорит: "Мы все лжецы".
Кем является первый житель острова — рыцарем или лжецом?

Решение.

Допустим, первый житель — рыцарь.

Четвёртый житель — лжец, так как иначе он будет противоречить своим словам. Тогда второй житель тоже лжец, а третий — рыцарь.

Допустим, первый житель — лжец.

Четвёртый житель тоже лжец, так как иначе он будет противоречить своим словам. Тогда лжецов среди них не менее двух, и тогда второй житель тоже лжец и третий житель лжец. Получается, что четвёртый житель сказал правду, а он лжец. Противоречие.

Первый житель — рыцарь.

Ответ: рыцарь.

-
-
-

120. В велогонках участвовали Алёша, Боря, Витя, Гриша и Дима. На вопрос, кто какое место занял, они дали такие ответы:

- 1) Витя — второй, Дима — первый;
- 2) Алёша — второй, Гриша — четвёртый;
- 3) Витя — третий, Дима — пятый;
- 4) Витя — первый, Гриша — четвёртый;
- 5) Алёша — второй, Витя — третий.

Одна часть каждого ответа верная, а другая — неверная.
Какое место занял каждый велогонщик?

Решения и ответы

5. 6.

Решить задачу на числовой луче.

Это натуральное число: 6.

Первое утверждение истинное: $6 > 5$.

Второе и третье утверждения ложные: число больше, чем 6; число больше, чем 7.

-
-
-

120. 1 — Дима, 2 — Боря, 3 — Витя, 4 — Гриша, 5 — Алёша.

Из ответа 1 следует, что возможны два случая:

Витя — второй; Дима — первый.

Допустим, Витя — второй. Противоречие с ответом 5. Витя второй и Алёша второй, либо Витя второй и Витя третий.

Допустим, Дима — первый. Тогда из 3 следует, что Витя — третий, из 4 следует Гриша — четвёртый, из 5 следует Алёша — не второй, тогда пятый, а Боря — второй.

Тогда 1 — Дима, 2 — Боря, 3 — Витя, 4 — Гриша, 5 — Алёша.

Электронные издания

([СМИ МетаШкола](#))

Задачи на числа

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 9 класс.

Задачи на части, дроби, проценты и пропорции

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на части и дроби. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на части и дроби. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби,

проценты и пропорции. 6 класс.

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби, проценты и пропорции. 7 класс.

5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби, проценты и пропорции. 8 класс.

6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби, проценты и пропорции. 9 класс.

Задачи на движение

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 4 класс.

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 5 класс.

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 6 класс.

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 7 класс.

5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 8 класс.

6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 9 класс.

Задачи на работу

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

4 класс.

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

5 класс.

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

6 класс.

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

7 класс.

5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

8 класс.

6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

9 класс.

Задачи по геометрии

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.

4 класс.

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.

5 класс.

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.

6 класс.

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.

7 класс.

5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.

8 класс.

6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.

9 класс.

Задачи по комбинаторике

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 9 класс.

Задачи по теории вероятностей

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории

вероятностей. 8 класс.

6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 9 класс.

Задачи по теории множеств

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 4 класс.

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 5 класс.

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 6 класс.

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 7 класс.

5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 8 класс.

6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 9 класс.

Задачи по теории графов

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов. 4 класс.

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов. 5 класс.

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов.

6 класс.

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов.

7 класс.

5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов.

8 класс.

6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов.

9 класс.

Задачи на логику

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на логику. 4 класс.

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на логику. 5 класс.

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на логику. 6 класс.

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на логику. 7 класс.

5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на логику. 8 класс.

Бумажные издания

([Издательство СМИО Пресс](#))

1 класс

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 1 класс

2 класс

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 2 класс

3 класс

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 3 класс

4 класс

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 4 класс

5 класс

5. Смыкалова Е. В. Математика. Самостоятельные работы. 5 класс

6. Смыкалова Е. В. Математика. Сборник задач 5 класс

7. Смыкалова Е. В. Математика. Дополнительные главы 5 класс

8. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры 5 класс

5-6 классы

9. Смыкалова Е. В. Устный счёт в таблицах. 5-6 классы

10. Смыкалова Е. В. Математика. Опорные конспекты 5-6 классы

11. Смыкалова Е. В. Развивающее обучение на уроках математики в 5-6 классах. Программа, поурочное планирование, тесты

12. Смыкалова Е. В. Тренировка памяти и внимания на уроках математики 5-6 классы

13. Смыкалова Е. В. Устное умножение в таблицах. 5-6 классы

6 класс

14. Смыкалова Е. В. Математика. Сборник задач 6 класс

15. Смыкалова Е. В. Математика. Дополнительные главы 6 класс

16. Смыкалова Е. В. Математика. Самостоятельные работы. 6 класс

17. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры 6 класс

7 класс

18. Смыкалова Е. В. Математика. Сборник задач 7 класс
19. Смыкалова Е. В. Математика. Дополнительные главы 7 класс
20. Смыкалова Е. В. Алгебра. Самостоятельные работы. 7 класс.
21. Смыкалова Е. В. Самостоятельные работы по геометрии. 7 класс
22. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 7 класс

7-9 классы

23. Смыкалова Е. В. Алгебра. Опорные конспекты 7-9 классы
24. Смыкалова Е. В. Геометрия. Опорные конспекты 7-9 классы

8 класс

25. Смыкалова Е. В. Алгебра. Самостоятельные работы. 8 класс
26. Смыкалова Е. В. Геометрия. Самостоятельные работы. 8 класс
27. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 8 класс

8-9 классы

28. Смыкалова Е. В. Модули, параметры, многочлены.
8-9 классы

9 класс

29. Смыкалова Е. В. Самостоятельные работы по алгебре.
9 класс

30. Смыкалова Е. В. Самостоятельные работы по геометрии. 9 класс

31. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 9 класс

Все классы

32. Смыкалова Е. В. Математические каникулы.

Увлекательные математические игры и головоломки

33. Смыкалова Е. В. Математические игры. На пляже, в пути, у камина



Если А, то В

ISBN 978-5-6052864-3-1



9 785605 286431 >