Е. В. Смыкалова

МАТЕМАТИКА

ЗАДАЧИ НА ЛОГИКУ

Или А, или В



7

Е. В. Смыкалова

Математика
Задачи
на логику

7 класс

Демоверсия

Санкт-Петербург
СМИ МетаШкола
2024

УДК 373.51
ББК 20.я72

Смыкалова Елена Владимировна

С52 Математика. Задачи на логику.
7 класс: Сборник задач / Е. В. Смыкалова. – СПб.: СМИ МетаШкола, 2024. – 96 с. – ISBN 978-5-6052864-2-4

Сборник содержит 120 задач на логику для 7 класса: задачи про высказывания, задачи на операции с высказываниями — отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, логические задачи повышенной сложности. Приводятся образцы оформления для первых четырёх задач каждой главы. Ко всем задачам есть ответы и подробные решения в конце книги. Книга будет интересна и полезна ученикам 7 класса, их родителям и учителям математики.

ISBN 978-5-6052864-2-4
© Смыкалова Е. В., 2024
© СМИ МетаШкола, 2024

Все права защищены.
Эта книга, целиком или частично, не может быть использована или размещена где-либо в любой форме и с использованием любых технических средств без письменного разрешения владельца авторских прав. Нарушение прав преследуется по закону.

www.metaschool.ru

Оглавление

Предисловие.....5

1. Высказывания.....6

2. Операции над высказываниями.....14

2.1. Отрицание.....15

2.2. Конъюнкция.....22

2.3. Дизъюнкция.....28

2.4. Импликация.....36

3. Разные логические задачи.....46

Решения и ответы.....55

Предисловие

Сборник содержит 120 задач на логику для 7 класса: задачи про высказывания, задачи на операции с высказываниями — отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, логические задачи повышенной сложности.

Рассматриваются различные способы решения задач. Приводятся образцы оформления для первых четырёх задач каждой главы. Ко всем задачам есть ответы и подробные решения в конце книги. Книга будет интересна и полезна ученикам 7 класса, их родителям и учителям математики.

Это четвёртая книга серии «Задачи на логику» для 4–9 классов.
Материал книги был апробирован на уроках математики, на занятиях математического кружка в Физико-математическом лицее № 366 Санкт-Петербурга и в интернет-кружке МетаШколы www.metaschool.ru.

Желаем успехов в изучении математики!

1. Высказывания

Высказывание — это всякое утверждение, о котором имеет смысл говорить, что оно истинно или ложно.
Примеры высказываний:
1) число 15 делится на 5 (истинное);
2) 10 больше, чем 11 (ложное).
Утверждения не являются высказываниями, если судить об их истинности или ложности невозможно.
Например, не высказывания:
1) число 16 делится на x;
2) x меньше, чем 12.
Не являются высказываниями призывы, например:
Летайте самолетами Аэрофлота!
Не являются высказываниями вопросы, например:
Кто решил задачу?

1. Сидят на скамейке мальчик и девочка.
Первый ребёнок говорит: "Я — мальчик".
Второй ребёнок говорит: "Я — девочка".
Хотя бы один из них врёт. Кто мальчик, а кто девочка?

Решение.

Хотя бы один из них врёт — один или два ребёнка говорят неправду.

Допустим, первый ребёнок говорит правду, второй — неправду. Тогда первый ребёнок — мальчик и второй тоже мальчик. Противоречие.
Допустим, первый ребёнок говорит неправду, второй — правду. Тогда первый ребёнок — девочка и второй тоже девочка. Противоречие.
Допустим, оба говорят неправду. Тогда первый ребёнок — девочка, а второй — мальчик.
Ответ: первый — девочка, второй — мальчик.

-
-
-

20. Алёша, Витя, Коля и Юра заняли первые четыре места в соревнованиях. На вопрос, кто какое место занял, они дали три разных ответа:
1) Алёша — второе место, Коля — третье место.
2) Витя — второе место, Алёша — первое место,
3) Юра — второе место, Коля — четвертое место.
Одна часть каждого ответа верная, а другая — неверная. Какое место занял каждый из них?

2. Операции над высказываниями

Из данных высказываний при помощи так называемых логических связок, к которым относятся частица "не", союзы "и", "или", слова "если …, то ..." можно образовывать новые высказывания.

Отрицание — это логическая операция, которая соответствует частице "не".

Конъюнкция (логическое умножение) — это новое высказывание, которое образуется из данных высказываний при помощи союза "и".

Неисключающая дизъюнкция (логическое сложение) — это новое высказывание, которое образуется из данных высказываний при помощи союза "или".

Исключающая дизъюнкция — высказывание "или A, или B".

Импликация — это новое высказывание, образованное из данных высказываний A и B при помощи слов "если …, то …".

2.1. Отрицание

Отрицание — это логическая операция, которая соответствует частице "не".
Каждому высказыванию можно сопоставить отрицание высказывания.
Если исходное высказывание истинно, то его отрицание ложно, и наоборот.

А	не А
И	Л
Л	И

Например:
высказывание "Шесть больше пяти",
его отрицание "Шесть не больше пяти" или "Неверно, что шесть больше пяти".
Высказывание "Шесть больше пяти" — истинно, его отрицание — ложно.

21. Составьте отрицание для высказывания: "Значение выражения больше, чем 65".

Ответ:
Значение выражения не больше, чем 65.
Неверно, что значение выражения больше, чем 65.
Значение выражения меньше или равно 65.

-
-
-

40. В забеге участвовали Ваня, Коля и Саша. Перед забегом три болельщика сделали такие прогнозы:
1) Ваня будет вторым;
2) Коля не будет вторым;
3) Саша не будет первым.
Оказалось, что один болельщик угадал, а два других ошиблись. Кто какое место занял?

2.2. Конъюнкция

Конъюнкция (логическое умножение) — это новое высказывание, которое образуется из данных высказываний при помощи союза "и".
Конъюнкция истинна тогда и только тогда, когда все данные высказывания истинны.

A	B	A и B
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	Л
Л	Л	Л

Например:
1) высказывание A — "15 делится на 3";
высказывание B — "18 делится на 3";
высказывание A и B — "15 делится на 3 и 18 делится на 3" истинно, так как оба высказывания A и B истинны;
2) высказывание A — "20 делится на 5";
высказывание B — "23 делится на 5";
высказывание A и B — "20 делится на 5 и 23 делится на 5"

ложно, так как высказывание B ложно.

41. Истинно или ложно высказывание: "10 — делитель числа 110 и 11 — делитель числа 110"?

Решение.

Пусть высказывание A: "10 — делитель числа 110";
высказывание B: "11 — делитель числа 110";
высказывание A и B: "10 — делитель числа 110 и 11 — делитель числа 110".
Высказывание A — истинно,
высказывание B — истинно,
высказывание A и B — истинно, так как оба высказывания истинные.
Ответ: истинно.

-
-
-

58. Саша, Боря, Витя и Дима заняли первые четыре места в соревнованиях. На вопрос, какие места они заняли, двое из них дали верные ответы:
1) Саша не второй и не четвёртый;
2) Боря не четвёртый и Витя первый;
Какое место занял Дима?

2.3. Дизъюнкция

Неисключающая дизъюнкция (логическое сложение) — это новое высказывание, которое образуется из данных высказываний при помощи союза "или".
Неисключающая дизъюнкция истинна тогда и только тогда, когда истинно хотя бы одно из данных высказываний.

A	B	A или B
И	И	И
И	Л	И
Л	И	И
Л	Л	Л

Например:
1) высказывание A — "24 делится на 6";
высказывание B — "24 делится на 7";
высказывание A или B — "24 делится на 6 или 24 делится на 7" истинно, так как истинно высказывание A;
2) высказывание A — "30 делится на 7";
высказывание B — "30 делится на 8";
высказывание A или B — "30 делится на 7 или 30 делится на 8" ложно, так как оба высказывания A и B ложны.

Исключающая дизъюнкция — высказывание "или А, или В" будет истинным, тогда и только тогда, когда одно из высказываний истинно, а другое ложно.

А	В	или А, или В
И	И	Л
И	Л	И
Л	И	И
Л	Л	Л

Например:
1) высказывание А — "шесть больше трёх";
высказывание В — "шесть меньше пяти";
высказывание или А, или В — "или шесть больше трёх, или шесть меньше пяти" истинно, так как высказывание А истинно, а высказывание В ложно;
2) высказывание А — "три больше нуля";
высказывание В — "пять больше нуля";
высказывание или А, или В — "или три больше нуля, или пять больше нуля" ложно, так как оба высказывания А и В истинны.

59. Истинно или ложно высказывание: "24 кратно четырём или 24 кратно шести"?

Решение.

Пусть высказывание A: "24 кратно четырём";
высказывание B: "24 кратно шести";
высказывание A или B:
"24 кратно четырём или 24 кратно шести".
Высказывание A — истинно;
высказывание B — истинно;
высказывание A или B — истинно, так как оба высказывания истинны.
Ответ: истинно.

-
-
-

80. Один из четырёх мальчиков играет на пианино — Костя, Вова, Саша или Петя. Кто играет на пианино, если:
1) Саша не играет на пианино;
2) играет или Костя, или Саша, или Петя;
3) играет или Саша, или Вова, или Костя?

2.4. Импликация

Импликация — это новое высказывание, образованное из данных высказываний A и B при помощи слов "если …, то …".
Например, "если данное число делится на 2 и на 3, то оно делится на 6.
Высказывание A называют условием, а высказывание B — заключением.
В рассмотренном примере условием является высказывание "данное число делится на 2 и на 3", заключением — "число делится на 6".
Импликация считается ложным высказыванием только в том случае, когда условие истинно, а заключение ложно.

A	B	Если A, то B
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	И
Л	Л	И

Например:
1) если число 30 делится на 3 и на 5, то оно делится на 15 (истинное высказывание);
2) если число 28 делится на 4, то оно делится на 6 (ложное высказывание);
3) если число 25 делится на 3, то оно делится на 4 (истинное высказывание).

81. Какие из данных высказываний ложные:
1) если 5 — корень уравнения $5x - 3 = 3x + 7$,
то и 6 корень этого уравнения;
2) если 4 — корень уравнения $6x - 5 = 2x + 9$,
то и 3 корень этого уравнения;
3) если 3 — корень уравнения $(x - 3)(x + 5) = 0$,
то и 5 корень этого уравнения;
4) если 2 — корень уравнения $(x + 2)(x - 7) = 0$,
то и 7 корень этого уравнения?

Решение.

1) если 5 — корень уравнения $5x - 3 = 3x + 7$, то и 6 корень этого уравнения; условие истинно, заключение ложно, высказывание ложно;
2) если 4 — корень уравнения $6x - 5 = 2x + 9$, то и 3 корень этого уравнения; условие ложно, заключение ложно, высказывание истинно;
3) если 3 — корень уравнения $(x - 3)(x + 5) = 0$, то и 5

корень этого уравнения; условие истинно, заключение ложно, высказывание ложно;
4) если 2 — корень уравнения (x + 2)(x – 7) = 0, то и 7 корень этого уравнения; условие ложно, заключение истинно, высказывание истинно.
Истинные высказывания: 2 и 4.
Ложные высказывания: 1 и 3.
Ответ: 1 и 3.

-
-
-

98. В доме живут Надя, Катя, Миша, Ваня, Петя, двое из них смотрят телевизор.
1) Ровно один из них смотрит телевизор — Катя или Миша.
2) Если Надя смотрит телевизор, то и Катя смотрит телевизор.
3) Миша и Ваня либо оба смотрят, либо оба не смотрят телевизор.
4) Хотя бы один из них смотрит телевизор — Ваня или Петя.
5) Если Петя смотрит телевизор, то Надя и Ваня тоже смотрят телевизор.
Кто смотрит телевизор?

3. Разные логические задачи

99. За круглым столом 10 человек — рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят только правду, а лжецы всегда только лгут. Каждый из них видит всех, за исключением своих соседей и себя. Все люди по очереди сказали: "Все, кого я вижу — лжецы". Сколько рыцарей сидит за столом?

Решение.

За столом не могут сидеть только лжецы, лжецы всегда лгут.
Один рыцарь тоже не может быть, получится, что его соседи-лжецы говорят правду. По условию: "Каждый из них видит всех, за исключением своих соседей и себя."
За столом два рыцаря, сидящих рядом, остальные лжецы.
Два соседа рыцаря — рыцарь и лжец.
Ответ: 2.

-
-
-

120. Костя, Илья, Дима и Миша участвовали в забеге. После соревнования каждого из них спросили, какое он место занял. Были даны такие ответы:
Костя: "Я был последним".
Илья: "Я был первым".
Дима: "Я был не был ни первым, ни последним".
Миша: "Я не был последним".
Трое из них сказали правду, а один неправду.
Кто победил в этом забеге?

Решения и ответы

5. 18.
Это натуральное число: 18.
Первое утверждение истинное.
Второе утверждение ложное.

-
-
-

120. Миша.
Допустим, Костя был первым. Тогда его высказывание ложно, а высказывание Ильи тоже ложно. Противоречие.
Допустим, Илья был первым. Тогда, поскольку неправду сказал только один участник, Костя должен быть последним. Но в этом случае Дима не был ни первым, ни последним, а Миша не был последним. Получается, что все четверо сказали правду. Противоречие.
Допустим, Дима был первым. Тогда его высказывание ложно, а высказывание Ильи тоже ложно. Противоречие.
Следовательно, первым был Миша. Тогда Илья сказал неправду, Костя был последним, а Дима занял второе или третье место. Все условия выполнены.
В забеге победил Миша.

Электронные издания

(СМИ МетаШкола)

Задачи на числа

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 9 класс.

Задачи на части, дроби, проценты и пропорции

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на части и дроби. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на части и дроби. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби,

проценты и пропорции. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби, проценты и пропорции. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби, проценты и пропорции. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби, проценты и пропорции. 9 класс.

Задачи на движение

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 9 класс.

Задачи на работу

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.
5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.
6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.
7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.
8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.
9 класс.

Задачи по геометрии

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.
4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.
5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.
6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.
7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.
8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.
9 класс.

Задачи по комбинаторике

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 9 класс.

Задачи по теории вероятностей

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории

вероятностей. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 9 класс.

Задачи по теории множеств

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 9 класс.

Задачи по теории графов

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов.

6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов. 9 класс.

Задачи на логику

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на логику. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на логику. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на логику. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на логику. 7 класс.

Бумажные издания

(Издательство СМИО Пресс)

1 класс

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 1 класс

2 класс

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 2 класс

3 класс

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 3 класс

4 класс

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 4 класс

5 класс

5. Смыкалова Е. В. Математика. Самостоятельные работы. 5 класс
6. Смыкалова Е. В. Математика. Сборник задач 5 класс
7. Смыкалова Е. В. Математика. Дополнительные главы 5 класс

8. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры 5 класс

5-6 классы

9. Смыкалова Е. В. Устный счёт в таблицах. 5-6 классы
10. Смыкалова Е. В. Математика. Опорные конспекты 5-6 классы
11. Смыкалова Е. В. Развивающее обучение на уроках математики в 5-6 классах. Программа, поурочное планирование, тесты
12. Смыкалова Е. В. Тренировка памяти и внимания на уроках математики 5-6 классы
13. Смыкалова Е. В. Устное умножение в таблицах. 5–6 классы

6 класс

14. Смыкалова Е. В. Математика. Сборник задач 6 класс
15. Смыкалова Е. В. Математика. Дополнительные главы 6 класс
16. Смыкалова Е. В. Математика. Самостоятельные работы. 6 класс
17. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры 6 класс

7 класс

18. Смыкалова Е. В. Математика. Сборник задач 7 класс
19. Смыкалова Е. В. Математика. Дополнительные главы 7 класс
20. Смыкалова Е. В. Алгебра. Самостоятельные работы. 7 класс.
21. Смыкалова Е. В. Самостоятельные работы по геометрии. 7 класс
22. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 7 класс

7-9 классы

23. Смыкалова Е. В. Алгебра. Опорные конспекты 7-9 классы
24. Смыкалова Е. В. Геометрия. Опорные конспекты 7-9 классы

8 класс

25. Смыкалова Е. В. Алгебра. Самостоятельные работы. 8 класс
26. Смыкалова Е. В. Геометрия. Самостоятельные работы. 8 класс
27. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 8 класс

8-9 классы

28. Смыкалова Е. В. Модули, параметры, многочлены. 8-9 классы

9 класс

29. Смыкалова Е. В. Самостоятельные работы по алгебре. 9 класс
30. Смыкалова Е. В. Самостоятельные работы по геометрии. 9 класс
31. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 9 класс

Все классы

32. Смыкалова Е. В. Математические каникулы. Увлекательные математические игры и головоломки
33. Смыкалова Е. В. Математические игры. На пляже, в пути, у камина

МетаШкола

Или А, или В

ISBN 978-5-6052864-2-4