Е. В. Смыкалова

# МАТЕМАТИКА

ЗАДАЧИ НА ЛОГИКУ

Или A, или В



7

# Е. В. Смыкалова

Математика Задачи на логику

7 класс

Демоверсия

Санкт-Петербург СМИ МетаШкола 2024

# Смыкалова Елена Владимировна

С52 Математика. Задачи на логику.

7 класс: Сборник задач / Е. В. Смыкалова. – СПб.: СМИ МетаШкола, 2024. – 96 с. – ISBN 978-5-6052864-2-4

Сборник содержит 120 задач на логику для 7 класса: задачи про высказывания, задачи на операции с высказываниями — отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, логические задачи повышенной сложности. Приводятся образцы оформления для первых четырёх задач каждой главы. Ко всем задачам есть ответы и подробные решения в конце книги. Книга будет интересна и полезна ученикам 7 класса, их родителям и учителям математики.

ISBN 978-5-6052864-2-4

- © Смыкалова Е. В., 2024
- © СМИ МетаШкола, 2024

### Все права защищены.

Эта книга, целиком или частично, не может быть использована или размещена где-либо в любой форме и с использованием любых технических средств без письменного разрешения владельца авторских прав. Нарушение прав преследуется по закону.

www.metaschool.ru

# Оглавление

Предисловие	5
1. Высказывания	6
2. Операции над высказываниями	14
2.1. Отрицание	15
2.2. Конъюнкция	22
2.3. Дизъюнкция	28
2.4. Импликация	36
3. Разные логические задачи	46
Решения и ответы	55

# Предисловие

Сборник содержит 120 задач на логику для 7 класса: задачи про высказывания, задачи на операции с высказываниями — отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, логические задачи повышенной сложности.

Рассматриваются различные способы решения задач. Приводятся образцы оформления для первых четырёх задач каждой главы. Ко всем задачам есть ответы и подробные решения в конце книги. Книга будет интересна и полезна ученикам 7 класса, их родителям и учителям математики.

Это четвёртая книга серии «Задачи на логику» 4 – 9 классы. Материал книги был апробирован на уроках математики, на занятиях математического кружка в Физико-математическом лицее № 366 Санкт-Петербурга и в интернет-кружке МетаШколы <u>www.metaschool.ru</u>.

Желаем успехов в изучении математики!

# 1. Высказывания

Высказывание — это всякое утверждение, о котором имеет смысл говорить, что оно истинно или ложно.

Примеры высказываний:

- 1) число 15 делится на 5 (истинное);
- 2) 10 больше, чем 11 (ложное).

Утверждения не являются высказываниями, если судить об их истинности или ложности невозможно.

Например, не высказывания:

- 1) число 16 делится на х;
- 2) х меньше, чем 12.

Не являются высказываниями призывы, например:

Летайте самолетами Аэрофлота!

Не являются высказываниями вопросы, например:

Кто решил задачу?

1. Сидят на скамейке мальчик и девочка.

Первый ребёнок говорит: "Я — мальчик".

Второй ребёнок говорит: "Я — девочка".

Хотя бы один из них врёт. Кто мальчик, а кто девочка?

Решение.

Хотя бы один из них врёт — один или два ребёнка говорят неправду.

Допустим, первый ребёнок говорит правду, второй — неправду. Тогда первый ребёнок — мальчик и второй тоже мальчик. Противоречие.

Допустим, первый ребёнок говорит неправду, второй — правду. Тогда первый ребёнок — девочка и второй тоже девочка. Противоречие.

Допустим, оба говорят неправду. Тогда первый ребёнок — девочка, а второй — мальчик.

Ответ: первый — девочка, второй — мальчик.

- •
- •
- •
- 20. Алёша, Витя, Коля и Юра заняли первые четыре места в соревнованиях. На вопрос, кто какое место занял, они дали три разных ответа:
- 1) Алёша второе место, Коля третье место.
- 2) Витя второе место, Алёша первое место,
- 3) Юра второе место, Коля четвертое место. Одна часть каждого ответа верная, а другая неверная.

Какое место занял каждый из них?

# 2. Операции над высказываниями

Из данных высказываний при помощи так называемых логических связок, к которым относятся частица "не", союзы "и", "или", слова "если ..., то ..." можно образовывать новые высказывания.

**Отрицание** — это логическая операция, которая соответствует частице "не".

**Конъюнкция** (логическое умножение) — это новое высказывание, которое образуется из данных высказываний при помощи союза "и".

**Неисключающая дизъюнкция** (логическое сложение) — это новое высказывание, которое образуется из данных высказываний при помощи союза "или".

**Исключающая дизъюнкция** — высказывание "или А, или В" будет истинным, тогда и только тогда, когда одно из высказываний истинно, а другое ложно.

**Импликация** — это новое высказывание, образованное из данных высказываний A и B при помощи слов "если ..., то ...".

# 2.1. Отрицание

**Отрицание** — это логическая операция, которая соответствует частице "не".

Каждому высказыванию можно сопоставить отрицание высказывания.

Если исходное высказывание истинно, то его отрицание ложно, и наоборот.

Α	не А
N	Л
Л	И

# Например:

высказывание "Шесть больше пяти",

его отрицание "Шесть не больше пяти" или "Неверно, что шесть больше пяти".

Высказывание "Шесть больше пяти" — истинно, его отрицание — ложно.

21. Составьте отрицание для высказывания: "Значение выражения больше, чем 65".

### Ответ:

Значение выражения не больше, чем 65. Неверно, что значение выражения больше, чем 65. Значение выражения меньше или равно 65.

- •
- •
- •
- 40. В забеге участвовали Ваня, Коля и Саша. Перед забегом три болельщика сделали такие прогнозы:
- 1) Ваня будет вторым;
- 2) Коля не будет вторым;
- 3) Саша не будет первым.

Оказалось, что один болельщик угадал, а два других ошиблись. Кто какое место занял?

# 2.2. Конъюнкция

**Конъюнкция** (логическое умножение) — это новое высказывание, которое образуется из данных высказываний при помощи союза "и". Конъюнкция истинна тогда и только тогда, когда все данные высказывания истинны.

Α	В	АиВ
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	Л
Л	Л	Л

# Например:

- 1) высказывание А "15 делится на 3"; высказывание В "18 делится на 3"; высказывание А и В "15 делится на 3 и 18 делится на 3" истинно, так как оба высказывания А и В истинны;
- 2) высказывание А "20 делится на 5"; высказывание В "23 делится на 5"; высказывание А и В "20 делится на 5 и 23 делится на 5" ложно, так как высказывание В ложно.

41. Истинно или ложно высказывание: "10 — делитель числа 110 и 11 — делитель числа 110"?

### Решение.

```
Пусть высказывание А: "10 — делитель числа 110"; высказывание В: "11 — делитель числа 110"; высказывание А и В: "10 — делитель числа 110 и 11 — делитель числа 110".
```

Высказывание А — истинно,

высказывание В — истинно,

высказывание А и В — истинно, так как оба высказывания истинные.

Ответ: истинно.

- •
- •
- •
- 58. Саша, Боря, Витя и Дима заняли первые четыре места в соревнованиях. На вопрос, какие места они заняли, двое из них дали верные ответы:
- 1) Саша не второй и не четвёртый;
- 2) Боря не четвёртый и Витя первый;

Какое место занял Дима?

# 2.3. Дизъюнкция

**Неисключающая дизъюнкция** (логическое сложение) — это новое высказывание, которое образуется из данных высказываний при помощи союза "или".

Неисключающая дизъюнкция истинна тогда и только тогда, когда истинно хотя бы одно из данных высказываний.

Α	В	А или В
N	И	N
И	Л	N
Л	И	N
Л	Л	Л

### Например:

- 1) высказывание А "24 делится на 6";
- высказывание В "24 делится на 7";
- высказывание А или В "24 делится на 6 или 24 делится на 7" истинно, так как истинно высказывание А;
- 2) высказывание A "30 делится на 7";
- высказывание В "30 делится на 8";
- высказывание А или В "30 делится на 7 или 30 делится на 8" ложно, так как оба высказывания А и В ложны.

**Исключающая дизъюнкция** — высказывание "или А, или В" будет истинным, тогда и только тогда, когда одно из высказываний истинно, а другое ложно.

Α	В	или А, или В
И	И	Л
И	Л	И
Л	И	И
Л	Л	Л

# Например:

- 1) высказывание А "шесть больше трёх"; высказывание В "шесть меньше пяти"; высказывание или А, или В "или шесть больше трёх, или шесть меньше пяти" истинно, так как высказывание А истинно, а высказывание В ложно;
- 2) высказывание А "три больше нуля"; высказывание В "пять больше нуля"; высказывание или А, или В "или три больше нуля, или пять больше нуля" ложно, так как оба высказывания А и В истинны.
- 59. Истинно или ложно высказывание: "24 кратно четырём или 24 кратно шести"?

### Решение.

```
Пусть высказывание А: "24 кратно четырём"; высказывание В: "24 кратно шести"; высказывание А или В: "24 кратно четырём или 24 кратно шести". Высказывание А — истинно; высказывание В — истинно; высказывание А или В — истинно, так как оба высказывания истинны. Ответ: истинно.
```

- .
- •
- •
- 80. Один из четырёх мальчиков играет на пианино Костя, Вова, Саша или Петя. Кто играет на пианино, если:
- 1) Саша не играет на пианино;
- 2) играет или Костя, или Саша, или Петя;
- 3) играет или Саша, или Вова, или Костя?

# 2.4. Импликация

**Импликация** — это новое высказывание, образованное из данных высказываний A и B при помощи слов "если ..., то ...".

Например, "если данное число делится на 2 и на 3, то оно делится на 6.

Высказывание А называют условием, а высказывание В — заключением.

В рассмотренном примере условием является высказывание "данное число делится на 2 и на 3", заключением — "число делится на 6".

Импликация считается ложным высказыванием только в том случае, когда условие истинно, а заключение ложно.

Α	В	Если А, то В
И	N	И
И	Л	Л
Л	И	И
Л	Л	И

### Например:

1) если число 30 делится на 3 и на 5, то оно делится на 15

(истинное высказывание);

- 2) если число 28 делится на 4, то оно делится на 6 (ложное высказывание);
- 3) если число 25 делится на 3, то оно делится на 4 (истинное высказывание).
- 81. Какие из данных высказываний ложные:
- 1) если 5 корень уравнения 5x 3 = 3x + 7, то и 6 корень этого уравнения;
- 2) если 4 корень уравнения 6x 5 = 2x + 9, то и 3 корень этого уравнения:
- 3) если 3 корень уравнения (x 3)(x + 5) = 0, то и 5 корень этого уравнения;
- 4) если 2 корень уравнения (x + 2)(x 7) = 0, то и 7 корень этого уравнения?

### Решение.

- 1) если 5 корень уравнения 5x 3 = 3x + 7, то и 6 корень этого уравнения; условие истинно, заключение ложно, высказывание ложно;
- 2) если 4 корень уравнения 6x 5 = 2x + 9, то и 3 корень этого уравнения; условие ложно, заключение ложно, высказывание истинно;
- 3) если 3 корень уравнения (x 3)(x + 5) = 0, то и 5 корень этого уравнения; условие истинно, заключение ложно, высказывание ложно;

4) если 2 — корень уравнения (x + 2)(x - 7) = 0, то и 7 корень этого уравнения; условие ложно, заключение истинно, высказывание истинно.

Истинные высказывания: 2 и 4.

Ложные высказывания: 1 и 3.

из них смотрят телевизор.

Ответ: 1 и 3.

- •
- •
- 98. В доме живут Надя, Катя, Миша, Ваня, Петя, двое
- 1) Ровно один из них смотрит телевизор Катя или Миша.
- 2) Если Надя смотрит телевизор, то и Катя смотрит телевизор.
- 3) Миша и Ваня либо оба смотрят, либо оба не смотрят телевизор.
- 4) Хотя бы один из них смотрит телевизор Ваня или Петя.
- 5) Если Петя смотрит телевизор, то Надя и Ваня тоже смотрят телевизор.

Кто смотрит телевизор?

# 3. Разные логические задачи

99. За круглым столом 10 человек — рыцари и лжецы. Рыцари всегда говорят только правду, а лжецы всегда только лгут. Каждый из них видит всех, за исключением своих соседей и себя. Все люди по очереди сказали: "Все, кого я вижу — лжецы". Сколько рыцарей сидит за столом?

### Решение.

За столом не могут сидеть только лжецы, лжецы всегда лгут.

Один рыцарь тоже не может быть, получится, что его соседи-лжецы говорят правду. По условию: "Каждый из них видит всех, за исключением своих соседей и себя." За столом два рыцаря, сидящих рядом, остальные лжецы. Два соседа рыцаря — рыцарь и лжец. Ответ: 2.

- •
- •
- •

120. Костя, Илья, Дима и Миша — участвовали в забеге. После соревнования каждого из них спросили, какое он

место занял. Были даны такие ответы:

Костя: "Я был последним".

Илья: "Я был первым".

Дима: "Я был не был ни первым, ни последним".

Миша: "Я не был последним".

Трое из них сказали правду, а один неправду.

Кто победил в этом забеге?

# Решения и ответы

### 5. 18.

Это натуральное число: 18. Первое утверждение истинное. Второе утверждение ложное.

- •
- •
- •

### 120. Миша.

Допустим, победил Костя, он сказал неправду. Тогда остальные — правду. Противоречие. Илья сказал: "Я был первым".

Допустим, победил Илья, он сказал правду. Тогда и Миша, и Дима, и Костя сказали правду, это невозможно, по условию задачи только трое сказали правду.

Допустим, победил Дима, он сказал неправду. Тогда остальные — правду. Противоречие. Илья сказал: "Я был первым".

Допустим, победил Миша, он сказал правду. Илья сказал неправду, Костя и Дима— правду.

В забеге победил Миша.

# Электронные издания

(СМИ МетаШкола)

# Задачи на числа

- 1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа.
- 4 класс.
- 2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа.
- 5 класс.
- 3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа.
- 6 класс.
- 4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа.
- 7 класс.
- 5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа.
- 8 класс.
- 6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа.
- 9 класс.

# Задачи на части, дроби, проценты и пропорции

- 1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на части и дроби.
- 4 класс.
- 2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на части и дроби.
- 5 класс.
- 3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби,

проценты и пропорции. 6 класс.

- 4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби, проценты и пропорции. 7 класс.
- 5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби, проценты и пропорции. 8 класс.
- 6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби, проценты и пропорции. 9 класс.

# Задачи на движение

- 1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение.
- 4 класс.
- 2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 5 кпасс
- 3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 6 класс.
- 4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 7 класс.
- 5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 8 класс.
- 6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 9 класс.

# Задачи на работу

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

- 4 класс.
- 2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.
- 5 класс.
- 3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу. 6 класс.
- 4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу. 7 класс.
- 5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу. 8 класс.
- 6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу. 9 класс.

# Задачи по геометрии

- 1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.
- 4 класс.
- 2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии. 5 класс.
- 3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии. 6 класс.
- 4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.
- 7 класс.
- 5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.
- 8 класс.
- 6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.
- 9 класс.

# Задачи по комбинаторике

- 1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике.
- 4 класс.
- 2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 5 класс.
- 3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 6 класс.
- 4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 7 класс.
- 5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 8 класс.
- 6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 9 класс.

# Задачи по теории вероятностей

- 1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 4 класс.
- 2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 5 класс.
- 3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 6 класс.
- 4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 7 класс.
- 5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории

вероятностей. 8 класс.

6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 9 класс.

# Задачи по теории множеств

- 1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества.
- 4 класс.
- 2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 5 класс.
- 3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 6 класс.
- 4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 7 кпасс
- 5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 8 класс.
- 6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 9 класс.

# Задачи по теории графов

- 1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов.
- 4 класс.
- 2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов. 5 класс.
- 3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов.

- 6 класс.
- 4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов. 7 класс.
- 5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов. 8 класс.
- 6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов. 9 класс.

# Задачи на логику

- 1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на логику. 4 класс.
- 2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на логику. 5 класс.
- 3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на логику. 6 класс.
- 4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на логику. 7 класс.

# Бумажные издания

(Издательство СМИО Пресс)

### 1 класс

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 1 класс

### 2 класс

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 2 класс

### 3 класс

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 3 класс

### 4 класс

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 4 класс

### 5 класс

- 5. Смыкалова Е. В. Математика. Самостоятельные работы. 5 класс
- 6. Смыкалова Е. В. Математика. Сборник задач 5 класс
- 7. Смыкалова Е. В. Математика. Дополнительные главы 5 класс

8. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры 5 класс

### 5-6 классы

- 9. Смыкалова Е. В. Устный счёт в таблицах. 5-6 классы
- 10. Смыкалова Е. В. Математика. Опорные конспекты 5-6 классы
- 11. Смыкалова Е. В. Развивающее обучение на уроках математики в 5-6 классах. Программа, поурочное планирование, тесты
- 12. Смыкалова Е. В. Тренировка памяти и внимания на уроках математики 5-6 классы
- 13. Смыкалова Е. В. Устное умножение в таблицах. 5–6 классы

### 6 класс

- 14. Смыкалова Е. В. Математика. Сборник задач 6 класс
- 15. Смыкалова Е. В. Математика. Дополнительные главы 6 класс
- 16. Смыкалова Е. В. Математика. Самостоятельные работы. 6 класс
- 17. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры 6 класс

### 7 класс

- 18. Смыкалова Е. В. Математика. Сборник задач 7 класс
- 19. Смыкалова Е. В. Математика. Дополнительные главы 7 класс
- 20. Смыкалова Е. В. Алгебра. Самостоятельные работы. 7 класс.
- 21. Смыкалова Е. В. Самостоятельные работы по геометрии. 7 класс
- 22. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 7 класс

### 7-9 классы

- 23. Смыкалова Е. В. Алгебра. Опорные конспекты
- 7-9 классы
- 24. Смыкалова Е. В. Геометрия. Опорные конспекты
- 7-9 классы

## 8 класс

- 25. Смыкалова Е. В. Алгебра. Самостоятельные работы.
- 8 класс
- 26. Смыкалова Е. В. Геометрия. Самостоятельные работы.
- 8 класс
- 27. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 8 класс

## 8-9 классы

- 28. Смыкалова Е. В. Модули, параметры, многочлены.
- 8-9 классы

### 9 класс

- 29. Смыкалова Е. В. Самостоятельные работы по алгебре. 9 класс
- 30. Смыкалова Е. В. Самостоятельные работы по геометрии. 9 класс
- 31. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 9 класс

### Все классы

32. Смыкалова Е. В. Математические каникулы. Увлекательные математические игры и головоломки 33. Смыкалова Е. В. Математические игры. На пляже, в пути, у камина



# Или А, или В

9 785605 286424