

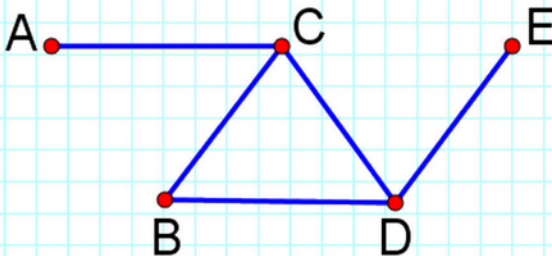
Е. В. Смыкалова

МАТЕМАТИКА

ЗАДАЧИ

ПО ТЕОРИИ ГРАФОВ

	A	B	C	D	E
A		0	1	0	0
B	0		1	1	0
C	1	1		1	0
D	0	1	1		1
E	0	0	0	1	



Е. В. Смыкалова

Математика
Задачи
по теории графов

5 класс

Демонверсия

Санкт-Петербург
СМИ МетаШкола
2024

УДК 373.51
ББК 20.я72

Смыкалова Елена Владимировна

С52 Математика. Задачи по теории графов.
5 класс: Сборник задач / Е. В. Смыкалова. – СПб.: СМИ
МетаШкола, 2024. – 82 с. – ISBN 978-5-6051895-4-1

Сборник содержит 110 задач по теории графов для 5 класса: задачи про вершины и рёбра графа, задачи на связанные и несвязные графы, задачи на уникальные графы. Приводятся образцы оформления для первых четырёх задач каждой главы. Ко всем задачам есть ответы и подробные решения в конце книги. Книга будет интересна и полезна ученикам 5 класса, их родителям и учителям математики.

ISBN 978-5-6051895-4-1 © Смыкалова Е. В., 2024
© СМИ МетаШкола, 2024

Все права защищены.

Эта книга, целиком или частично, не может быть использована или размещена где-либо в любой форме и с использованием любых технических средств без письменного разрешения владельца авторских прав. Нарушение прав преследуется по закону.

www.metaschool.ru

Оглавление

Предисловие.....	5
1. Вершины и рёбра графа.....	6
2. Связные и несвязные графы.....	13
3. Уникурсальные графы.....	22
4. Задачи повышенной сложности.....	33
Решения и ответы.....	43

Предисловие

Сборник содержит 110 задач по теории графов для 5 класса. В первой главе — задачи про вершины и рёбра графа; во второй главе — задачи на связные и несвязные графы; в третьей — задачи на уникальные графы; в четвёртой — задачи повышенной сложности.

Рассматриваются различные способы решения задач. Приводятся образцы оформления для первых четырёх задач каждой главы. Ко всем задачам есть ответы и подробные решения в конце книги. Книга будет интересна и полезна ученикам 5 класса, их родителям и учителям математики.

Это вторая книга серии «Задачи по теории графов» 4 – 9 классы.

Материал книги был апробирован на уроках математики, на занятиях математического кружка в Физико-математическом лицее № 366 Санкт-Петербурга и в интернет-кружке МетаШколы www.metaschool.ru.

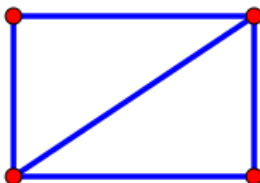
Желаем успехов в изучении математики!

1. Вершины и рёбра графа

Граф — это набор точек, некоторые из которых соединены линиями.

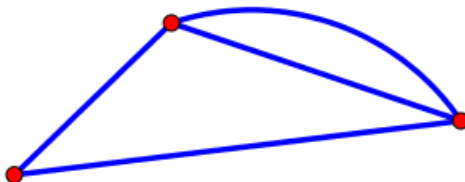
Эти точки называются *вершинами* графа, а соединяющие их линии — *рёбрами*.

Граф с 4 вершинами и 5 рёбрами:



Два ребра называются *кратными*, если они соединяют одну и ту же пару вершин.

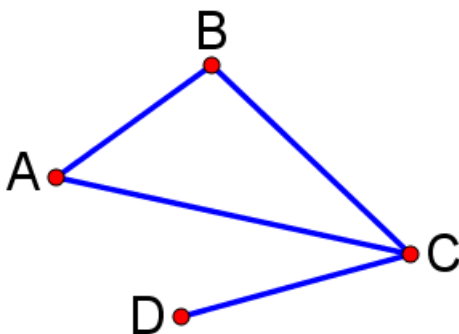
Граф с кратными рёбрами:



Число рёбер, выходящих из вершины графа, называется *степенью* этой вершины.

Степени вершин данного графа:

A — 2, B — 2, C — 3, D — 1.



Вершина называется *чётной*, если её степень чётна, и *нечётной*, если её степень нечётна.

Число нечётных вершин любого графа — чётно.

В любом графе сумма степеней всех вершин является чётным числом, она равна удвоенному числу рёбер.

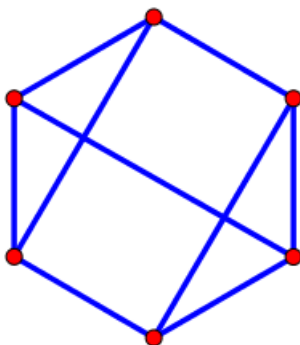
Для того, чтобы найти число рёбер графа, надо сложить степени всех вершин и полученный результат разделить на два.

1. Можно ли построить граф с 6 вершинами так, чтобы

из каждой вершины выходило 3 ребра?

Решение.

Да, например:



Ответ: да.

-
-
-

24. В классе 28 человек. Может ли быть так, что 11 из них имеют по 2 друга в этом классе, 13 — по 3 друга и 4 — по 5 друзей?

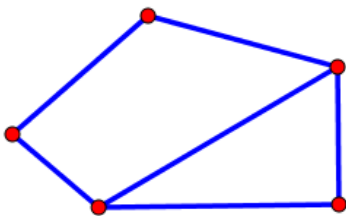
2. Связные и несвязные графы

Граф называется *связным*, если любые две его вершины можно соединить путём — непрерывной последовательностью рёбер.

В связном графе от любой его вершины можно по рёбрам добраться до любой другой вершины.

В связном графе только одна компонента связности.

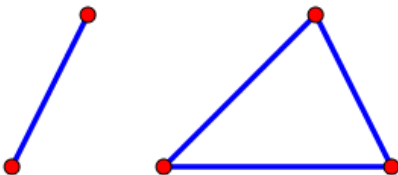
Связный граф с 5 вершинами и 6 рёбрами:



В *несвязном* графе более одной компоненты связности.

Каждая компонента связности является связным графом.

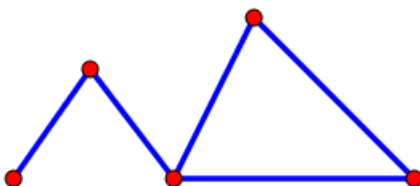
Например — несвязный граф с 5 вершинами и 4 рёбрами:



Если в связном графе n вершин, то число рёбер не менее, чем $(n - 1)$.

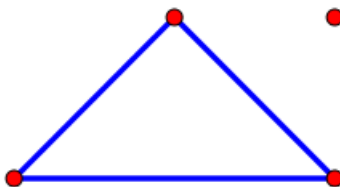
Цикл в графе — замкнутый путь, не проходящий дважды через одну и ту же вершину. Начальная вершина в цикле совпадает с конечной вершиной.

Граф с циклом с 5 вершинами и 5 рёбрами:



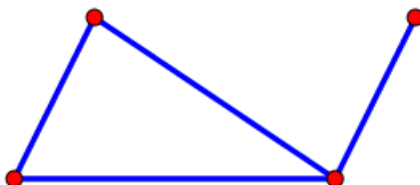
Вершина степени 0 называется *изолированной*, из неё не выходит ни одного ребра.

Граф с изолированной вершиной:



Вершина степени 1 называется *висячей*, из неё выходит ровно одно ребро.

Граф с висячей вершиной:

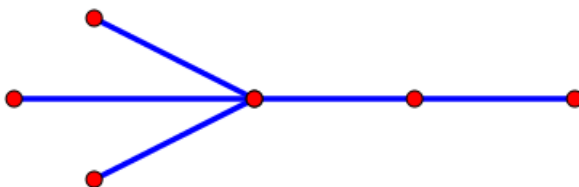


Дерево — связный граф без циклов.

У дерева число рёбер на единицу меньше числа вершин.

В любом дереве имеются, по крайней мере, две висячие вершины.

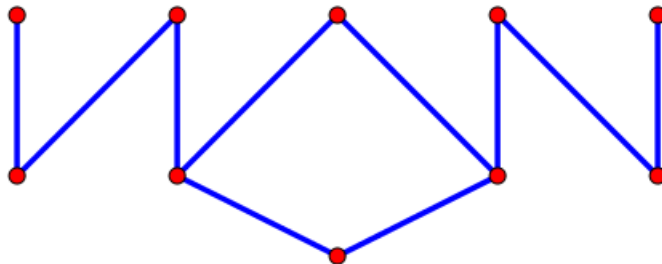
Дерево с 6 вершинами и 5 рёбрами:



25. Можно ли построить связный граф с циклом с 10 вершинами и 10 рёбрами?

Решение.

Да, например:



Ответ: да.

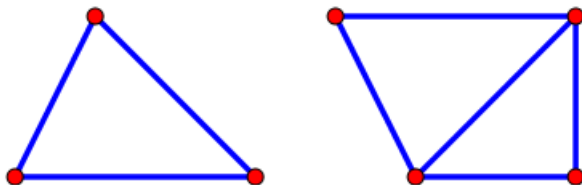
-
-
-

48. На острове пять городов: А, В, С, D, Е. Проложены дороги: из А в С и D; из В в С и D; из С в А, В, D; из D в А, В, С, Е; из Е в D. Дороги не пересекаются. Можно ли из города А попасть в город Е, сделав остановку в городе С?

3. Уникурсальные графы

Уникурсальный граф — это связный граф, который можно построить одним росчерком, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя по одному ребру дважды.

Два уникурсальных графа:



В уникурсальном графе может быть любое число чётных вершин, но не более двух нечётных.

Если только чётные вершины, то построение пути можно начинать с любой вершины и закончить его в той же вершине.

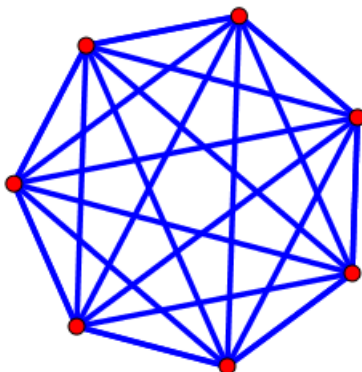
Если есть две нечётные вершины, то построение пути надо начинать с любой из нечётных вершин и закончить его в другой нечётной вершине.

Граф можно обойти, пройдя по каждому ребру только один

раз в том случае, если граф связный и нечётных вершин у него 0 или 2.

49. Можно ли нарисовать семиугольник со всеми диагоналями, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя по одной линии дважды?

Решение.



Степени вершин: 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6.

Граф связный, все вершины чётные.

Можно нарисовать, начиная с любой вершины и заканчивая в той же вершине.

Ответ: да.

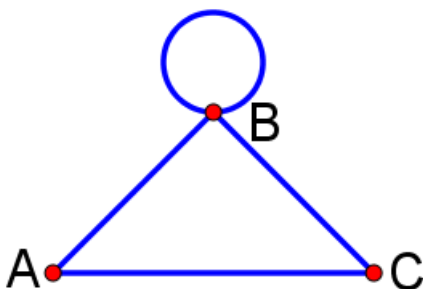
-
-
-

72. Дан кусок проволоки длиной 120 см. Можно ли, не ломая проволоки, изготовить каркас куба с ребром 10 см?

4. Задачи повышенной сложности

Петля — ребро, которое начинается и заканчивается в одной вершине.

Граф с петлёй:



Степени вершин: A — 2, B — 4, C — 2.

Пустой граф — не имеет рёбер, только вершины.

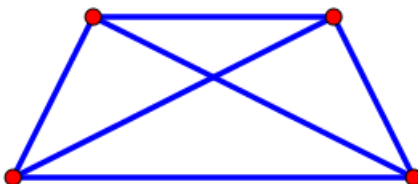
Простой граф — без кратных рёбер и петель.

Полный граф — это простой граф, в котором любые две вершины соединены ребром.

Число рёбер в полном графе с n вершинами равно:

$$(n - 1) \cdot n : 2.$$

Полный граф с 4 вершинами и 6 рёбрами:



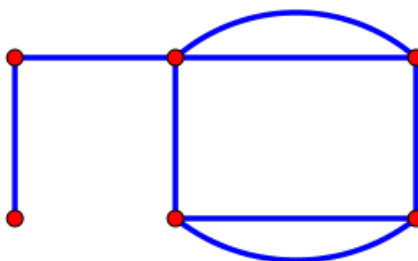
73. В графе пять вершин. Какими могут быть значения степеней вершин этого графа:

- а) 1, 1, 2, 3, 4;
- б) 1, 1, 1, 1, 3;
- в) 2, 2, 3, 3, 4, 5;
- г) 1, 2, 3, 3, 3, 4.

Решение.

Могут быть значения: г) 1, 2, 3, 3, 3, 4.

Например:



Значения не могут быть: а, б, в — нечётное число нечётных вершин.

Ответ: г) 1, 2, 3, 3, 3, 4.

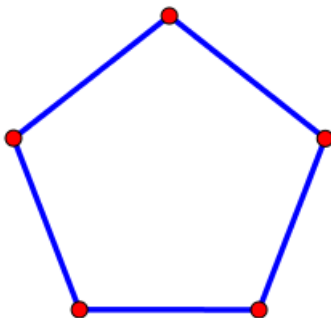
-
-
-

110. В стране пять городов А, В, С, D, Е, между которыми летают самолёты. Есть прямые рейсы, связывающие города А–В, А–С, А–D, В–Е, С–D, С–Е, каждый рейс туда и обратно. Можно ли долететь из города А в город Е с одной пересадкой?

Решения и ответы

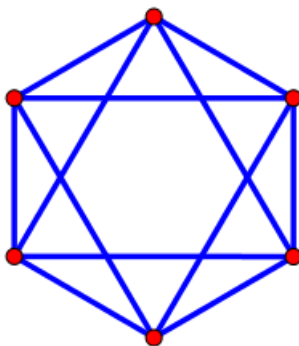
5. Да.

Например:



6. Да.

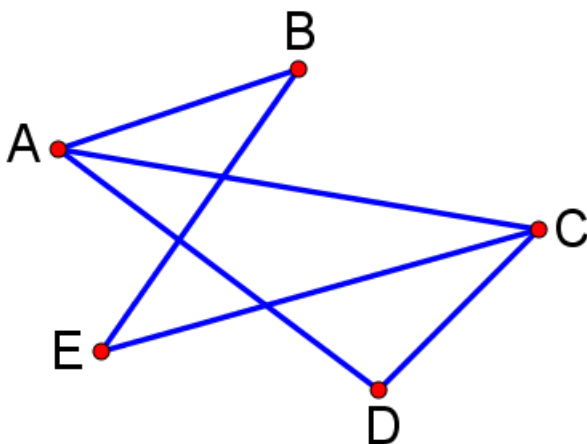
Например:



-
-
-

110. Да.

С одной пересадкой: A–B–E или A–C–E.



Электронные издания

([СМИ МетаШкола](#))

Задачи на числа

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 9 класс.

Задачи на части, дроби, проценты и пропорции

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на части и дроби. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на части и дроби. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби,

проценты и пропорции. 6 класс.

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби, проценты и пропорции. 7 класс.

5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби, проценты и пропорции. 8 класс.

6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби, проценты и пропорции. 9 класс.

Задачи на движение

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 4 класс.

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 5 класс.

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 6 класс.

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 7 класс.

5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 8 класс.

6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 9 класс.

Задачи на работу

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

4 класс.

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

5 класс.

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

6 класс.

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

7 класс.

5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

8 класс.

6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

9 класс.

Задачи по геометрии

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.

4 класс.

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.

5 класс.

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.

6 класс.

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.

7 класс.

5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.

8 класс.

6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.

9 класс.

Задачи по комбинаторике

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 9 класс.

Задачи по теории вероятностей

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории

вероятностей. 8 класс.

6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 9 класс.

Задачи по теории множеств

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 4 класс.

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 5 класс.

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 6 класс.

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 7 класс.

5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 8 класс.

6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 9 класс.

Задачи по теории графов

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов. 4 класс.

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории графов. 5 класс.

Бумажные издания

([Издательство СМИО Пресс](#))

1 класс

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 1 класс

2 класс

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 2 класс

3 класс

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 3 класс

4 класс

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 4 класс

5 класс

5. Смыкалова Е. В. Математика. Самостоятельные работы. 5 класс

6. Смыкалова Е. В. Математика. Сборник задач 5 класс

7. Смыкалова Е. В. Математика. Дополнительные главы 5 класс

8. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры 5 класс

5-6 классы

9. Смыкалова Е. В. Устный счёт в таблицах. 5-6 классы

10. Смыкалова Е. В. Математика. Опорные конспекты 5-6 классы

11. Смыкалова Е. В. Развивающее обучение на уроках математики в 5-6 классах. Программа, поурочное планирование, тесты

12. Смыкалова Е. В. Тренировка памяти и внимания на уроках математики 5-6 классы

13. Смыкалова Е. В. Устное умножение в таблицах. 5-6 классы

6 класс

14. Смыкалова Е. В. Математика. Сборник задач 6 класс

15. Смыкалова Е. В. Математика. Дополнительные главы 6 класс

16. Смыкалова Е. В. Математика. Самостоятельные работы. 6 класс

17. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры 6 класс

7 класс

- 18. Смыкалова Е. В. Математика. Сборник задач 7 класс
- 19. Смыкалова Е. В. Математика. Дополнительные главы 7 класс
- 20. Смыкалова Е. В. Алгебра. Самостоятельные работы. 7 класс.
- 21. Смыкалова Е. В. Самостоятельные работы по геометрии. 7 класс
- 22. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 7 класс

7-9 классы

- 23. Смыкалова Е. В. Алгебра. Опорные конспекты 7-9 классы
- 24. Смыкалова Е. В. Геометрия. Опорные конспекты 7-9 классы

8 класс

- 25. Смыкалова Е. В. Алгебра. Самостоятельные работы. 8 класс
- 26. Смыкалова Е. В. Геометрия. Самостоятельные работы. 8 класс
- 27. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 8 класс

8-9 классы

28. Смыкалова Е. В. Модули, параметры, многочлены.
8-9 классы

9 класс

29. Смыкалова Е. В. Самостоятельные работы по алгебре.
9 класс

30. Смыкалова Е. В. Самостоятельные работы по
геометрии. 9 класс

31. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие
игры. 9 класс

Все классы

32. Смыкалова Е. В. Математические каникулы.

Увлекательные математические игры и головоломки

33. Смыкалова Е. В. Математические игры. На пляже,
в пути, у камина

	A	B	C	D	E
A		0	1	0	0
B	0		1	1	0
C	1	1		1	0
D	0	1	1		1
E	0	0	0	1	

ISBN 978-5-6051895-4-1



9 785605 189541 >