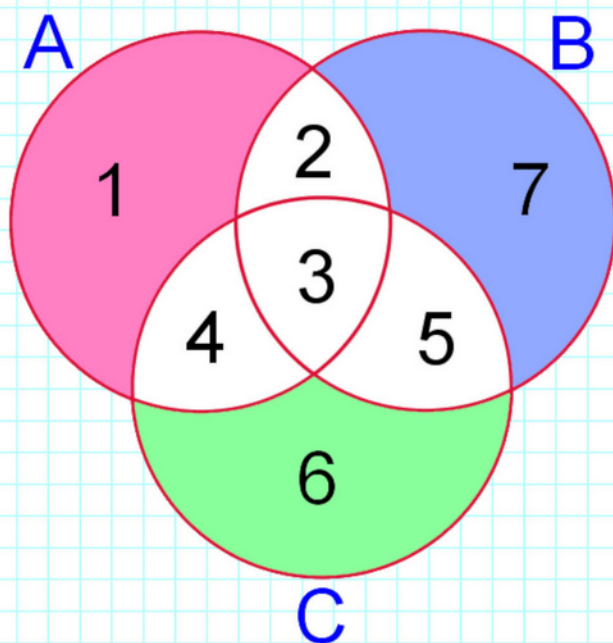


Е. В. Смыкалова

МАТЕМАТИКА

ЗАДАЧИ

ПО ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ



8

Е. В. Смыкалова

Математика
Задачи
по теории множеств

8 класс

Демонверсия

Санкт-Петербург
СМИ МетаШкола
2024

УДК 373.51
ББК 20.я72

Смыкалова Елена Владимировна

С52 Математика. Задачи по теории множеств.
8 класс: Сборник задач / Е. В. Смыкалова. – СПб.: СМИ
МетаШкола, 2024. – 86 с. – ISBN 978-5-6051895-1-0

Сборник содержит 110 задач по теории множеств для 8 класса: задачи на элементы множества, на равные множества, на мощность множества, на подмножества, на пересечение, объединение и разность множеств. Приводятся образцы оформления для первых четырёх задач каждой главы. Ко всем задачам есть ответы и подробные решения в конце книги. Книга будет интересна и полезна ученикам 8 класса, их родителям и учителям математики.

ISBN 978-5-6051895-1-0 © Смыкалова Е. В., 2024
© СМИ МетаШкола, 2024

Все права защищены.

Эта книга, целиком или частично, не может быть использована или размещена где-либо в любой форме и с использованием любых технических средств без письменного разрешения владельца авторских прав. Нарушение прав преследуется по закону.

www.metaschool.ru

Оглавление

Предисловие.....	5
1. Элементы множества.....	6
2. Равные множества.....	11
3. Мощность множества.....	16
4. Подмножества.....	20
5. Пересечение множеств.....	25
6. Объединение множеств.....	31
7. Разность множеств.....	37
8. Задачи повышенной сложности.....	43
Решения и ответы.....	55

Предисловие

Сборник содержит 110 задач по теории множеств для 8 класса. В первой главе — задачи на элементы множеств; во второй главе — на равные множества; в третьей — на мощность множества; в четвёртой — на подмножества; в пятой — на пересечение множеств; в шестой — на объединение множеств; в седьмой — на разность множеств; в восьмой — задачи повышенной сложности.

Рассматриваются различные способы решения задач. Приводятся образцы оформления для первых четырёх задач каждой главы. Ко всем задачам есть ответы и подробные решения в конце книги. Книга будет интересна и полезна ученикам 8 класса, их родителям и учителям математики.

Это пятая книга серии «Задачи по теории множеств» 4 – 9 классы.

Материал книги был апробирован на уроках математики, на занятиях математического кружка в Физико-математическом лицее № 366 Санкт-Петербурга и в интернет-кружке МетаШколы www.metaschool.ru.

Желаем успехов в изучении математики!

1. Элементы множества

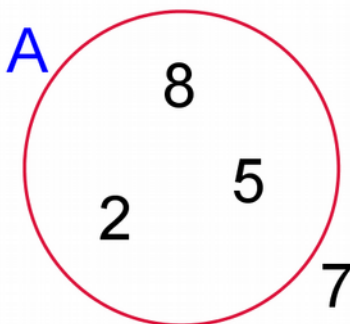
Множество — одно из основных понятий математики. Его смысл выражается словами: совокупность, собрание, класс, набор, команда.

Множества обычно обозначаются прописными буквами латинского алфавита A, B, C, \dots

О предметах, составляющих множество, говорят, что они принадлежат этому множеству, или являются его элементами.

Множества, элементами которых являются числа, называются числовыми множествами.

Если множество содержит конечное число элементов, то его называют конечным. Конечное множество может быть задано перечислением всех его элементов в произвольном порядке.



Запись $A = \{2; 5; 8\}$ означает, что числа 2, 5 и 8 являются элементами множества A .

Число 5 — элемент множества A , пишут $5 \in A$.

Число 7 не является элементом A , пишут $7 \notin A$.

Различные способы задания множества:

- 1) даётся полный список элементов, входящих в множество;
- 2) указывается характеристическое свойство — элементы множества им обладают, а все остальные не обладают.

1. Задайте множество таких натуральных чисел, для которых все три утверждения верные:

- 1) число не меньше, чем 5;
- 2) число не больше, чем 12;
- 3) число чётное.

Решение.

- 1) число не меньше, чем 5; число больше или равно 5;
- 2) число не больше, чем 12; число меньше или равно 12;
- 3) число чётное.

Все три утверждения верные: $\{6; 8; 10; 12\}$.

Ответ: $\{6; 8; 10; 12\}$.

-
-
-

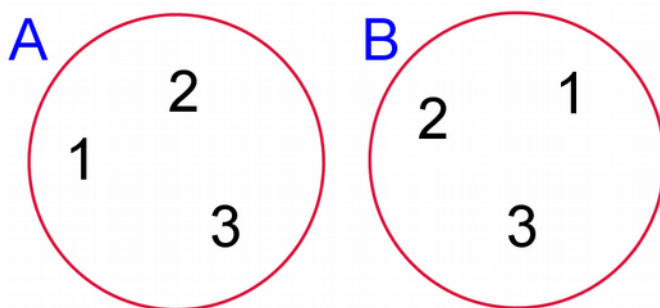
12. Задайте перечислением элементов множество всех четырёхзначных чисел, сумма цифр которых равна 10, а произведение цифр равно 27.

2. Равные множества

Равные множества состоят из одних и тех же элементов.

Например, равные множества:

$A = \{1; 2; 3\}$, $B = \{2; 1; 3\}$; $A = B$.



13. Даны множества:

A — множество нечётных двузначных натуральных чисел, не больших 25;

B — множество чётных натуральных чисел, больших 12, но меньших 26;

$C = \{11; 13; 15; 17; 19; 21; 23; 25\}$;

$D = \{14; 16; 18; 20; 22; 24; 26\}$.

Есть ли среди данных множеств равные?

Решение.

$A = \{11; 13; 15; 17; 19; 21; 23; 25\};$

$B = \{14; 16; 18; 20; 22; 24\};$

$C = \{11; 13; 15; 17; 19; 21; 23; 25\};$

$D = \{14; 16; 18; 20; 22; 24; 26\}.$

Равные множества А и С.

Ответ: $A = C.$

-
-
-

24. Даны множества: А — множество различных букв слова «ромашка», В — множество различных букв слова «мошकारа», С — множество различных букв слова «кошка». Есть ли среди данных множеств равные?

3. Мощность множества

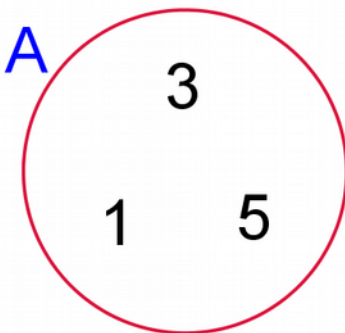
Если множество содержит конечное число элементов, то его называют конечным, а если в нём бесконечно много элементов, то бесконечным.

Например, множество иголок на ёлке конечно, а множество точек на прямой бесконечно.

Мощность множества — число элементов в конечном множестве.

Пусть множество $A = \{1; 3; 5\}$. В множестве A содержится три элемента.

Это обозначают так: $|A| = 3$.



Множество, в котором нуль элементов называют пустым.

Пустое множество обозначают \emptyset ; $|\emptyset| = 0$.

25. Сколько элементов содержит множество различных шестизначных натуральных чисел, у которых каждая следующая цифра на 1 меньше предыдущей?

Решение.

5 элементов: 987654, 876543, 765432, 654321, 543210.

Ответ: 5.

-
-
-

36. Сколько элементов в множестве двузначных натуральных чисел, которые при делении на сумму цифр числа дают неполное частное 7 и остаток 3?

4. Подмножества

Пусть множество $A = \{1; 3; 5\}$.

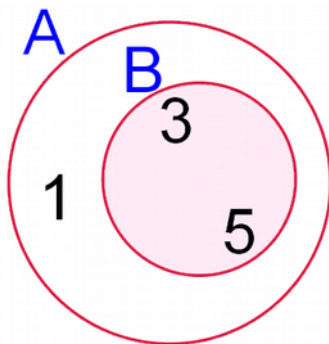
Из элементов множества A можно составить новое множество, например, $B = \{3; 5\}$.

Каждый элемент множества B принадлежит множеству A .

B — подмножество A , пишут $B \subset A$.

Например, в множестве всех зверей множество зайцев является подмножеством.

Пустое множество \emptyset не содержит ни одного элемента и является подмножеством любого множества.



Если множество содержит n элементов, то оно имеет 2^n подмножеств.

Пусть $B = \{3; 5\}$. Подмножества множества B : \emptyset ; $\{3\}$; $\{5\}$;

{3; 5}.

37. Сколько различных подмножеств имеет множество $A = \{1; 2; 3; 4\}$?

Решение.

Различных подмножеств: $2^4 = 16$.

Все подмножества:

$\emptyset; \{1\}; \{2\}; \{3\}; \{4\}; \{1; 2\}; \{1; 3\}; \{1; 4\}; \{2; 3\}; \{2; 4\};$
 $\{3; 4\}; \{1; 2; 3\}; \{1; 2; 4\}; \{1; 3; 4\}; \{2; 3; 4\}; \{1; 2; 3; 4\}$.

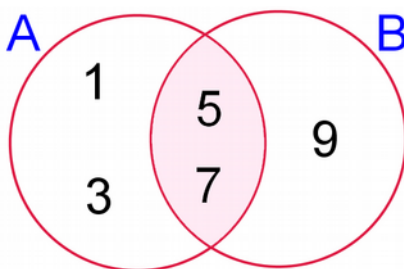
Ответ: 16.

-
-
-

48. Можно ли составить не менее десяти слов, буквы которых образуют подмножества множества A , где A — множество различных букв слова «информатика»?

5. Пересечение множеств

Пусть множество $A = \{1; 3; 5; 7\}$, множество $B = \{5; 7; 9\}$.
Эти множества имеют общие элементы 5 и 7.



Множества A и B называются пересекающимися множествами.

Множество общих элементов A и B называют пересечением множеств A и B: $A \cap B = \{5; 7\}$.

Число элементов в пересечении двух множеств A и B:
 $|A \cap B| = 2$.

Пусть множество $A = \{1; 3; 5; 7\}$, множество $C = \{4; 6\}$.

Множества A и C не имеют ни одного общего элемента.

Это непересекающиеся множества.

Пересечением множеств A и C является пустое множество:

$$A \cap C = \emptyset.$$

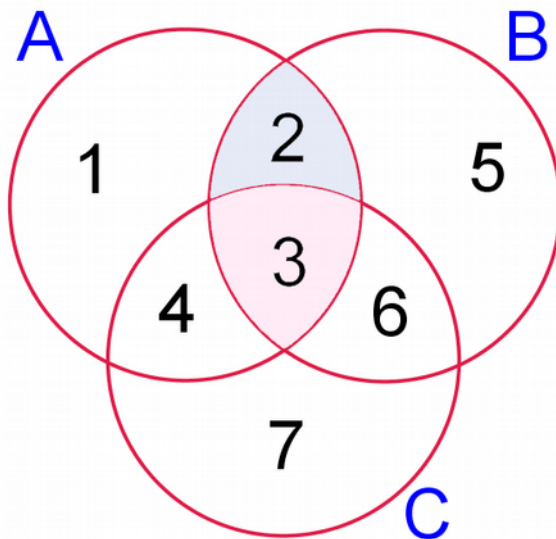
Число элементов в пересечении двух множеств A и C:

$$|A \cap C| = |\emptyset| = 0.$$

49. Даны множества: $A = \{1; 2; 3; 4\}$; $B = \{2; 3; 5; 6\}$; $C = \{3; 4; 6; 7\}$.

Найдите $A \cap B$ и $A \cap B \cap C$.

Решение.



$A = \{1; 2; 3; 4\}$; $B = \{2; 3; 5; 6\}$; $C = \{3; 4; 6; 7\}$.

$A \cap B = \{2; 3\}$; $A \cap B \cap C = \{3\}$.

Ответ: $A \cap B = \{2; 3\}$; $A \cap B \cap C = \{3\}$.

•
•
•

60. Пусть A — множество различных букв слова «пирамида»,

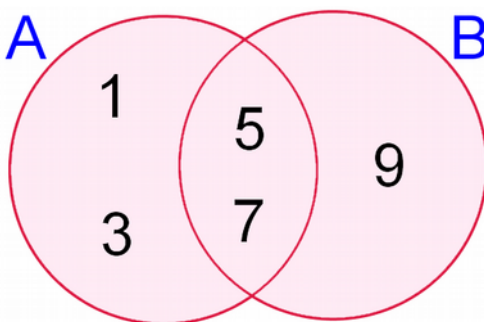
B — множество различных букв слова «тетраэдр»,

C — множество букв слова «октаэдр».

Сколько элементов в пересечении этих трёх множеств?

6. Объединение множеств

Пусть множество $A = \{1; 3; 5; 7\}$, множество $B = \{5; 7; 9\}$.



Если из элементов множеств A и B составить новое множество, состоящее из всех элементов этих множеств и не содержащее других элементов, то получится объединение множеств A и B : $A \cup B = \{1; 3; 5; 7; 9\}$.

Число элементов в объединении множеств A и B :

$$|A \cup B| = 5.$$

Объединение $A \cup B$ состоит из элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств A или B .

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|.$$

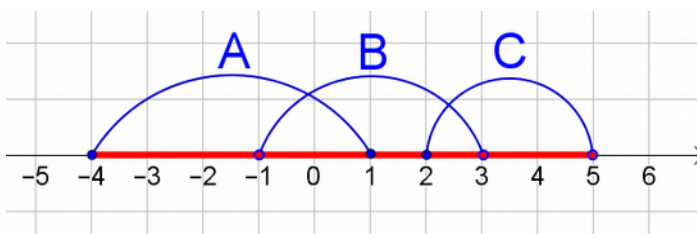
Пусть множество $A = \{1; 3; 5; 7\}$, множество $C = \emptyset$.

Объединением множеств A и C является множество A :

$$A \cup C = A.$$

61. Пусть A — множество чисел промежутка $[-4; 1]$,
 B — множество чисел промежутка $(-1; 3)$,
 C — множество чисел промежутка $[2; 5]$.
Найдите $A \cup B \cup C$.

Решение.



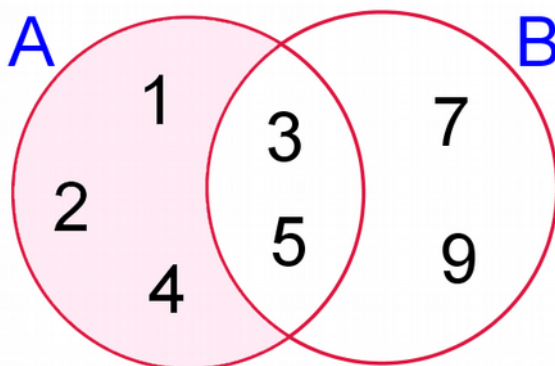
Ответ: $[-4; 5]$.

-
-
-

72. Пусть A — множество различных букв слова «координата»,
 B — множество различных букв слова «абсцисса»,
 C — множество различных букв слова «ордината».
Сколько элементов в объединении этих трёх множеств?

7. Разность множеств

Даны множества: $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$; $B = \{3; 5; 7; 9\}$.



Разностью между множеством A и множеством B называют множество всех элементов из A , не являющихся элементами из B : $A \setminus B = \{1; 2; 4\}$.

Разностью между множеством B и множеством A называют множество всех элементов из B , не являющихся элементами из A : $B \setminus A = \{7; 9\}$.

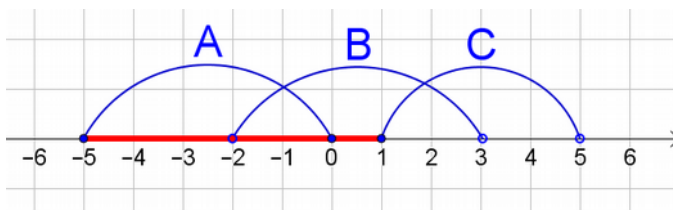
Разность между множеством и его подмножеством называют также дополнением.

Пусть множество $C = \{1; 3; 5\}$, множество $D = \{3; 5\}$.

Дополнение D до C : $\{1\}$.

73. Пусть A — множество чисел промежутка $[-5; 0]$, B — множество чисел промежутка $(-2; 3)$, C — множество чисел промежутка $[1; 5]$. Найдите $(A \setminus B) \cup (B \setminus C)$.

Решение.



Ответ: $[-5; 1)$.

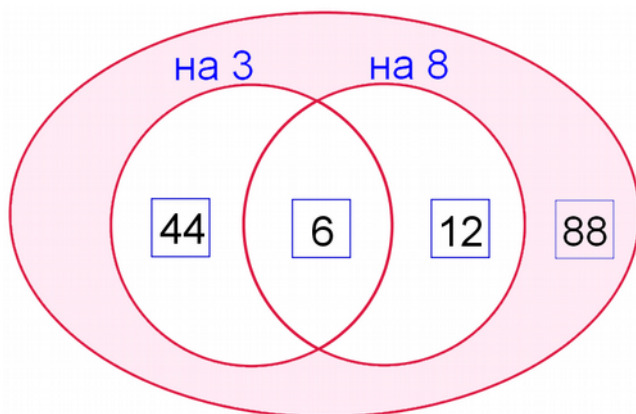
-
-
-

84. Каждый ученик класса изучает английский или французский язык. Английский изучают 24 ученика, французский 16 учеников; и английский, и французский — 11 учеников. Сколько всего учеников в классе?

8. Задачи повышенной сложности

85. Сколько натуральных чисел, не больших 150, которые не делятся ни на 3, ни на 8?

Решение.



- 1) $150 : 3 = 50$ (ч.) — делятся на 3;
- 2) $150 : 8 = 18$ (ост. 6) (ч.) — делятся на 8;
- 3) $150 : (3 \cdot 8) = 6$ (ост. 6) (ч.) — делятся и на 3, и на 8;
- 4) $50 + 18 - 6 = 62$ (ч.) — делятся на 3 или на 8;
- 5) $150 - 62 = 88$ (ч.) — не делятся ни на 3, ни на 8.

Ответ: 88 чисел.

-
-
-

110. В олимпиаде по математике приняло участие 44 ученика.

Им было предложено решить одну задачу по алгебре, одну по геометрии и одну по теории вероятностей.

Задачу по алгебре решили 21 ученик,

по геометрии — 20,

по теории вероятностей — 19;

по алгебре и геометрии — 8;

по алгебре и теории вероятностей — 9,

по геометрии и теории вероятностей — 10.

Ни одной задачи не решили 4 ученика.

Сколько учеников решили ровно две задачи?

Решения и ответы

5. {5; 7; 9; 11}.

Все три утверждения верные: {5; 7; 9; 11}.

6. {3; 6; 9; 12; 15}.

Все три утверждения верные: {3; 6; 9; 12; 15}.

7. {4; 6; 8}.

Верные утверждения:

- 1) число не меньше 4;
- 2) число меньше, чем 10;
- 3) число чётное.

Множество таких натуральных чисел: {4; 6; 8}.

-
-
-

110. 6.

Пусть x учеников решили все три задачи.

Тогда ровно две задачи по алгебре и геометрии ($8 - x$);

ровно две по алгебре и теории вероятностей ($9 - x$);

ровно две по геометрии и теории вероятностей ($10 - x$);

ровно одну по алгебре $21 - (8 - x) - x - (9 - x) = 4 + x$;

ровно одну по геометрии $20 - (8 - x) - x - (10 - x) = 2 + x$;

ровно одну по теории вероятностей

$$19 - (9 - x) - x - (10 - x) = x.$$

Решили хотя бы одну задачу $44 - 4 = 40$.

Составим и решим уравнение:

$$21 + (2 + x) + (10 - x) + x = 40;$$

$$33 + x = 40;$$

$$x = 7.$$

Решили ровно две задачи:

$$(8 - 7) + (9 - 7) + (10 - 7) = 6.$$

Электронные издания

([СМИ МетаШкола](#))

Задачи на числа

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 9 класс.

Задачи на части, дроби, проценты и пропорции

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на части и дроби. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на части и дроби. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби,

проценты и пропорции. 6 класс.

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби, проценты и пропорции. 7 класс.

5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби, проценты и пропорции. 8 класс.

6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби, проценты и пропорции. 9 класс.

Задачи на движение

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 4 класс.

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 5 класс.

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 6 класс.

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 7 класс.

5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 8 класс.

6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 9 класс.

Задачи на работу

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

4 класс.

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

5 класс.

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

6 класс.

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

7 класс.

5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

8 класс.

6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

9 класс.

Задачи по геометрии

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.

4 класс.

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.

5 класс.

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.

6 класс.

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.

7 класс.

5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.

8 класс.

6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.

9 класс.

Задачи по комбинаторике

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 9 класс.

Задачи по теории вероятностей

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории

вероятностей. 8 класс.

6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 9 класс.

Задачи по теории множеств

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 4 класс.

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 5 класс.

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 6 класс.

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 7 класс.

5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 8 класс.

Бумажные издания

([Издательство СМИО Пресс](#))

1 класс

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 1 класс

2 класс

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 2 класс

3 класс

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 3 класс

4 класс

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 4 класс

5 класс

5. Смыкалова Е. В. Математика. Самостоятельные работы. 5 класс

6. Смыкалова Е. В. Математика. Сборник задач 5 класс

7. Смыкалова Е. В. Математика. Дополнительные главы 5 класс

8. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры 5 класс

5-6 классы

9. Смыкалова Е. В. Устный счёт в таблицах. 5-6 классы

10. Смыкалова Е. В. Математика. Опорные конспекты 5-6 классы

11. Смыкалова Е. В. Развивающее обучение на уроках математики в 5-6 классах. Программа, поурочное планирование, тесты

12. Смыкалова Е. В. Тренировка памяти и внимания на уроках математики 5-6 классы

13. Смыкалова Е. В. Устное умножение в таблицах. 5-6 классы

6 класс

14. Смыкалова Е. В. Математика. Сборник задач 6 класс

15. Смыкалова Е. В. Математика. Дополнительные главы 6 класс

16. Смыкалова Е. В. Математика. Самостоятельные работы. 6 класс

17. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры 6 класс

7 класс

- 18. Смыкалова Е. В. Математика. Сборник задач 7 класс
- 19. Смыкалова Е. В. Математика. Дополнительные главы 7 класс
- 20. Смыкалова Е. В. Алгебра. Самостоятельные работы. 7 класс.
- 21. Смыкалова Е. В. Самостоятельные работы по геометрии. 7 класс
- 22. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 7 класс

7-9 классы

- 23. Смыкалова Е. В. Алгебра. Опорные конспекты 7-9 классы
- 24. Смыкалова Е. В. Геометрия. Опорные конспекты 7-9 классы

8 класс

- 25. Смыкалова Е. В. Алгебра. Самостоятельные работы. 8 класс
- 26. Смыкалова Е. В. Геометрия. Самостоятельные работы. 8 класс
- 27. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 8 класс

8-9 классы

28. Смыкалова Е. В. Модули, параметры, многочлены.
8-9 классы

9 класс

29. Смыкалова Е. В. Самостоятельные работы по алгебре.
9 класс

30. Смыкалова Е. В. Самостоятельные работы по геометрии. 9 класс

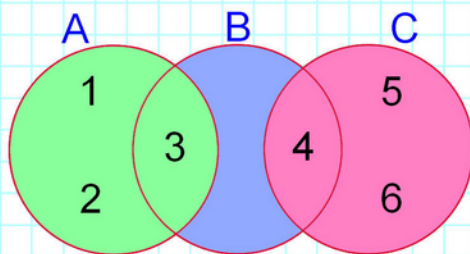
31. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 9 класс

Все классы

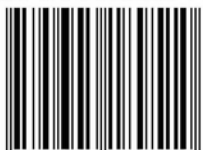
32. Смыкалова Е. В. Математические каникулы.

Увлекательные математические игры и головоломки

33. Смыкалова Е. В. Математические игры. На пляже, в пути, у камина



ISBN 978-5-6051895-1-0



9 785605 189510 >