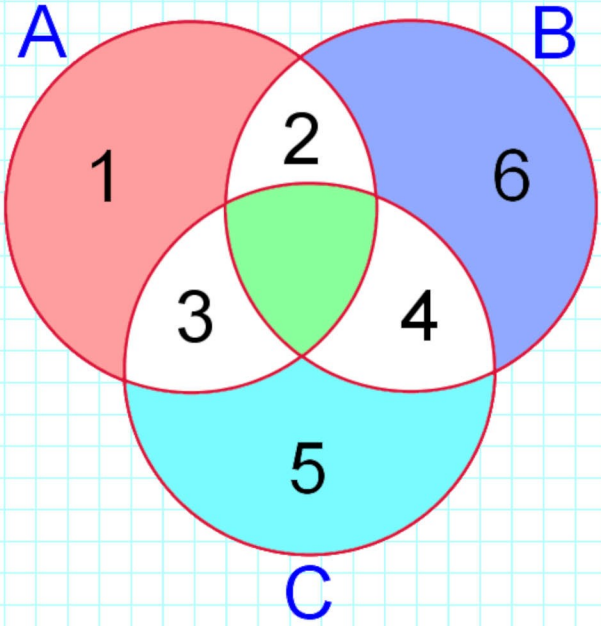
Е. В. Смыкалова

МАТЕМАТИКА

ЗАДАЧИ ПО ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ



7

Е. В. Смыкалова

Математика
Задачи
по теории множеств

7 класс

Демоверсия

Санкт-Петербург
СМИ МетаШкола
2024

УДК 373.51
ББК 20.я72

Смыкалова Елена Владимировна

С52 Математика. Задачи по теории множеств.
7 класс: Сборник задач / Е. В. Смыкалова. – СПб.: СМИ МетаШкола, 2024. – 80 с. – ISBN 978-5-6051895-0-3

Сборник содержит 110 задач по теории множеств для 7 класса: задачи на элементы множества, на равные множества, на мощность множества, на подмножества, на пересечение, объединение и разность множеств. Приводятся образцы оформления для первых четырёх задач каждой главы. Ко всем задачам есть ответы и подробные решения в конце книги. Книга будет интересна и полезна ученикам 7 класса, их родителям и учителям математики.

ISBN 978-5-6051895-0-3
© Смыкалова Е. В., 2024
© СМИ МетаШкола, 2024

Все права защищены.
Эта книга, целиком или частично, не может быть использована или размещена где-либо в любой форме и с использованием любых технических средств без письменного разрешения владельца авторских прав. Нарушение прав преследуется по закону.

www.metaschool.ru

Оглавление

Предисловие.....5

1. Элементы множества.....6

2. Равные множества.....11

3. Мощность множества.....16

4. Подмножества.....20

5. Пересечение множеств.....25

6. Объединение множеств.....31

7. Разность множеств.....37

8. Задачи повышенной сложности.....44

Решения и ответы.....53

Предисловие

Сборник содержит 110 задач по теории множеств для 7 класса. В первой главе — задачи на элементы множеств; во второй главе — на равные множества; в третьей — на мощность множества; в четвёртой — на подмножества; в пятой — на пересечение множеств; в шестой — на объединение множеств; в седьмой — на разность множеств; в восьмой — задачи повышенной сложности.

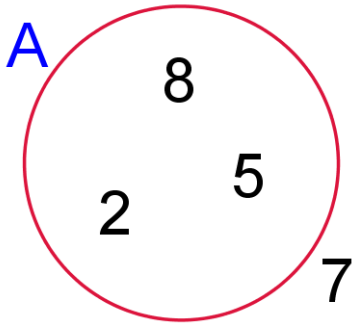
Рассматриваются различные способы решения задач. Приводятся образцы оформления для первых четырёх задач каждой главы. Ко всем задачам есть ответы и подробные решения в конце книги. Книга будет интересна и полезна ученикам 7 класса, их родителям и учителям математики.

Это четвёртая книга серии «Задачи по теории множеств» для 4–9 классов.
Материал книги был апробирован на уроках математики, на занятиях математического кружка в Физико-математическом лицее № 366 Санкт-Петербурга и в интернет-кружке МетаШколы www.metaschool.ru.

Желаем успехов в изучении математики!

1. Элементы множества

Множество — одно из основных понятий математики.
Его смысл выражается словами: совокупность, собрание, класс, набор, команда.
Множества обычно обозначаются прописными буквами латинского алфавита A, B, C, …
О предметах, составляющих множество, говорят, что они принадлежат этому множеству или являются его элементами.
Множества, элементами которых являются числа, называются числовыми множествами.
Если множество содержит конечное число элементов, то его называют конечным. Конечное множество может быть задано перечислением всех его элементов в произвольном порядке.



Запись A = {2; 5; 8} означает, что числа 2, 5 и 8 являются элементами множества A.
Число 5 — элемент множества A, пишут $5 \in A$.
Число 7 не является элементом A, пишут $7 \notin A$.
Различные способы задания множества:
1) даётся полный список элементов, входящих в множество;
2) указывается характеристическое свойство — элементы множества им обладают, а все остальные не обладают.

1. Множество различных цифр числа A: {0; 1; 2}.
Множество различных цифр числа B: {0; 1; 2; 3; 4}.
Можно ли утверждать, что число A меньше числа B?

Решение.

Нет, например: 21000 > 10234.
Ответ: нет.

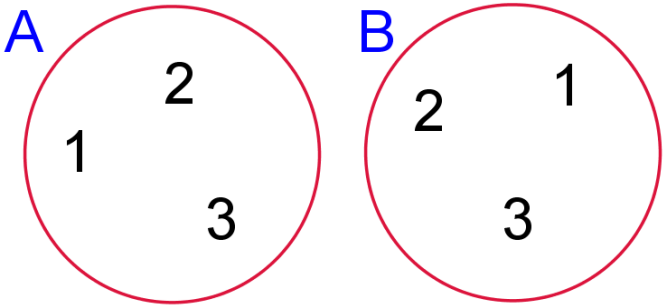
-
-
-

12. Пусть A — множество натуральных чисел, кратных 8.
Какие из утверждений неверные:
а) $108 \in A$;
б) $288 \notin A$;

в) $328 \in A$;
г) $418 \notin A$;
д) $578 \in A$?

2. Равные множества

Равные множества состоят из одних и тех же элементов.
Например, равные множества:
A = {1; 2; 3}, B = {2; 1; 3}; A = B.



13. Даны множества: A = {2; 4; 6; 8}; B = {0; 2; 4; 8};
C — множество чётных натуральных чисел, меньших 10;
D — множество натуральных чисел, не больших 8.
Какое из данных множеств равно множеству A?

Решение.

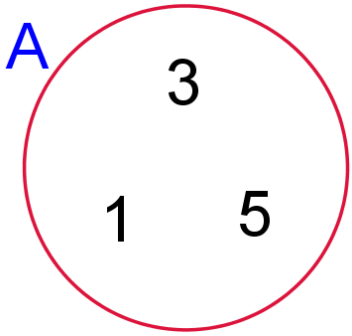
A = C; {2; 4; 6; 8} = {2; 4; 6; 8}.
Ответ: C.

-
-

24. Даны множества:
A — множество букв слова «марка»,
B — множество букв слова «рамка»,
C — множество букв слова «карма».
Есть ли среди данных множеств равные?

3. Мощность множества

Если множество содержит конечное число элементов, то его называют конечным, а если в нём бесконечно много элементов, то бесконечным.
Например, множество иголок на ёлке конечно, а множество точек на прямой бесконечно.
Мощность множества — число элементов в конечном множестве.
Пусть множество A = {1; 3; 5}. В множестве A содержится три элемента.
Это обозначают так: |A| = 3.



Множество, в котором нуль элементов называют пустым.
Пустое множество обозначают $\varnothing$; $|\varnothing| = 0$.

25. Сколько элементов в множестве треугольников, длины сторон которых равны 1 см, 3 см, 4 см?

Решение.

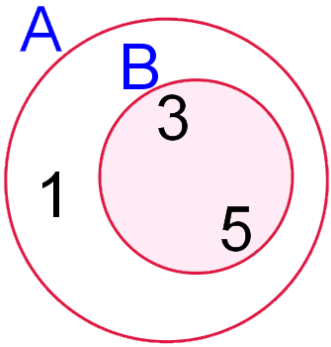
Длина любой стороны треугольника меньше суммы длин двух других его сторон.
Треугольников, длины сторон которых 1 см, 3 см, 4 см, не существует.
$|\varnothing| = 0$.
Ответ: 0.

-
-
-

36. Сколько элементов содержит множество различных пятизначных чисел, у которых каждая следующая цифра на 1 меньше предыдущей?

4. Подмножества

Пусть множество A = {1; 3; 5}.
Из элементов множества A можно составить новое множество, например, B = {3; 5}.
Каждый элемент множества B принадлежит множеству A.
B — подмножество A, пишут $B \subset A$.
Например, в множестве всех зверей множество зайцев является подмножеством.
Пустое множество $\varnothing$ не содержит ни одного элемента и является подмножеством любого множества.



Если множество содержит n элементов, то оно имеет 2^n подмножеств.
Пусть B = {3; 5}.
Подмножества множества B: $\varnothing$; {3}; {5}; {3; 5}.

37. Сколько различных подмножеств имеет множество A = {1; 3; 5}?

Решение.

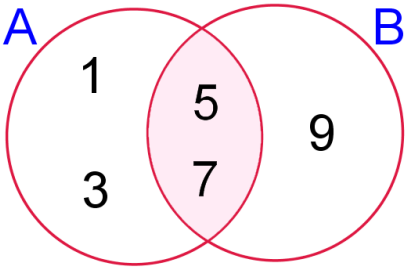
Различных подмножеств: $2^3 = 8$.
$\varnothing$; {1}; {3}; {5}; {1; 3}; {1; 5}; {3; 5}; {1; 3; 5}.
Ответ: 8.

-
-
-

48. Пусть A — множество ромбов,
B — множество прямоугольников,
C — множество треугольников,
D — множество квадратов,
E — множество трапеций.
Какие из множеств B, C, D или E являются подмножествами множества A?

5. Пересечение множеств

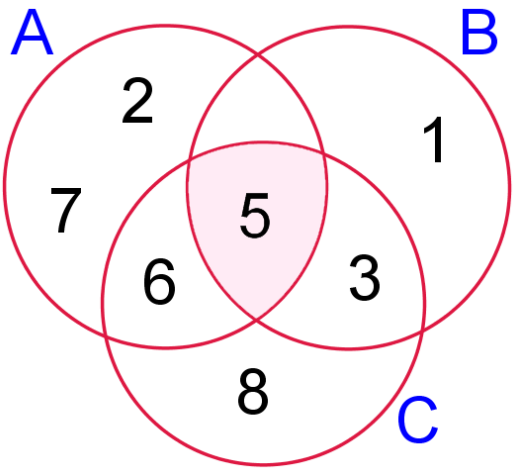
Пусть множество A = {1; 3; 5; 7}, множество B = {5; 7; 9}.
Эти множества имеют общие элементы 5 и 7.



Множества A и B называются пересекающимися множествами.
Множество общих элементов A и B называют пересечением множеств A и B: $A \cap B = \{5; 7\}$.
Число элементов в пересечении двух множеств A и B: $|A \cap B| = 2$.
Пусть множество A = {1; 3; 5; 7}, множество C = {4; 6}.
Множества A и C не имеют ни одного общего элемента, эти множества не пересекаются.
Пересечением множеств A и C является пустое множество: $A \cap C = \varnothing$.
Число элементов в пересечении двух множеств A и C: $|A \cap C| = |\varnothing| = 0$.

49. Даны множества:
A = {2; 5; 6; 7}; B = {1; 3; 5}; C = {3; 5; 6; 8}.
Найдите A ∩ B ∩ C.

Решение.



A = {2; 5; 6; 7}; B = {1; 3; 5}; C = {3; 5; 6; 8}.
Пересечение этих трёх множеств: A ∩ B ∩ C = {5}.
Ответ: {5}.

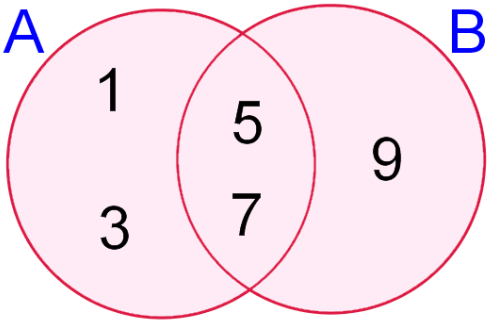
-
-
-

60. Пусть A — множество различных букв слова

«медиана»,
B — множество различных букв слова «симметрия»,
C — множество различных букв слова «коэффициент».
Сколько элементов в пересечении этих трёх множеств?

6. Объединение множеств

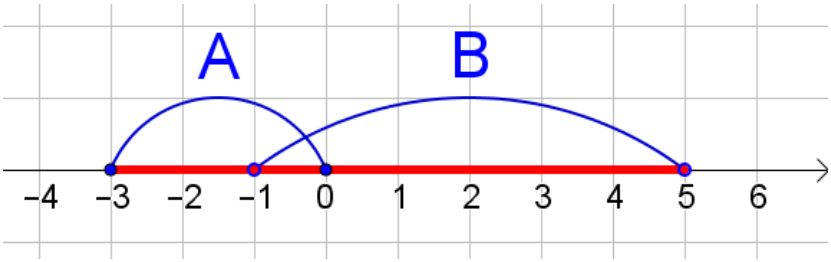
Пусть множество A = {1; 3; 5; 7}, множество B = {5; 7; 9}.



Если из элементов множеств A и B составить новое множество, состоящее из всех элементов этих множеств и не содержащее других элементов, то получится объединение множеств A и B: $A \cup B = \{1; 3; 5; 7; 9\}$.
Число элементов в объединении множеств A и B:
$|A \cup B| = 5$.
Объединение $A \cup B$ состоит из элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств A или B.
$|A \cup B| = |A| + |B| – |A \cap B|$.
Пусть множество A = {1; 3; 5; 7}, множество C = ∅.
Объединением множеств A и C является множество A:
$A \cup C = A$.

61. Пусть A — множество чисел промежутка [– 3; 0],
B — множество чисел промежутка (– 1; 5).
Найдите A ∪ B.

Решение.



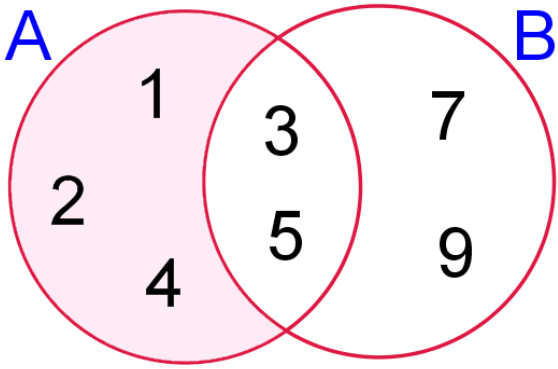
Ответ: [– 3; 5).

-
-
-

72. Пусть A — множество различных букв слова «медиана»,
B — множество различных букв слова «биссектриса»,
C — множество букв слова «высота».
Сколько элементов в объединении этих трёх множеств?

7. Разность множеств

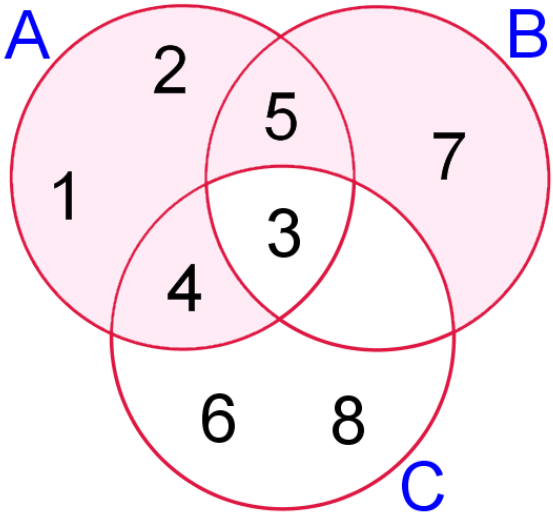
Даны множества: A = {1; 2; 3; 4; 5}; B = {3; 5; 7; 9}.



Разностью между множеством A и множеством B называют множество всех элементов из A, не являющихся элементами из B: A \ B = {1; 2; 4}.
Разностью между множеством B и множеством A называют множество всех элементов из B, не являющихся элементами из A: B \ A = {7; 9}.
Разность между множеством и его подмножеством называют также дополнением.
Пусть множество C = {1; 3; 5}, множество D = {3; 5}.
Дополнение D до C: {1}.

73. Даны множества: A = {1; 2; 3; 4; 5}; B = {3; 5; 7};
C = {3; 4; 6; 8}. Найдите (A \ B) ∪ (B \ C).

Решение.



A = {1; 2; 3; 4; 5};
B = {3; 5; 7};
C = {3; 4; 6; 8};
A \ B = {1; 2; 4};
B \ C = {5; 7};
(A \ B) ∪ (B \ C) = {1; 2; 4; 5; 7}.
Ответ: {1; 2; 4; 5; 7}.

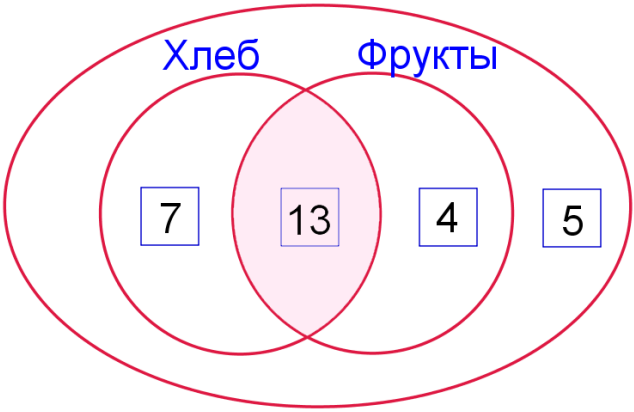
-
-
-

84. Каждый из 34 учеников класса на каникулах был в театре или в музее. В театре были 26 учеников, в музее — 18 учеников. Сколько из них были только в театре и сколько были только в музее?

8. Задачи повышенной сложности

85. В магазин за один час зашло 29 человек. Из них 20 купили хлеб, 17 — фрукты, 5 — не купили ничего. Сколько человек купили и хлеб, и фрукты?

Решение.



1 способ.
1) 29 – 5 = 24 (ч.) — купили хлеб или фрукты;
2) 24 – 20 = 4 (ч.) — только фрукты;
3) 17 – 4 = 13 (ч.) — и хлеб, и фрукты.

2 способ.
1) 29 – 5 = 24 (ч.) — купили хлеб или фрукты;

2) 24 – 17 = 7 (ч.) — только хлеб;
3) 20 – 7 = 13 (ч.) — и хлеб, и фрукты.

3 способ.
29 – 5 = 24 (ч.) — купили хлеб или фрукты.
Пусть x человек купили и хлеб, и фрукты;
20 + 17 – x = 24;
37 – x = 24;
x = 13.
Ответ: 13 человек.

-
-
-

110. В школе 116 семиклассников. Только немецкий язык изучают 20 семиклассников; немецкий, но не английский — 24; немецкий и французский — 9; немецкий — 30; французский — 45; французский и английский — 11; не изучают эти языки — 24. Сколько школьников изучают английский язык?

Решения и ответы

5. {140; 210; 280; 350}.
Наименьшее общее кратное чисел 10 и 14 равно 70.
Числа, делящиеся и на 10, и на 14, делятся на 70.
Трёхзначные натуральные числа, меньшие 400, делящиеся на 70: 140; 210; 280; 350.

-
-
-

110. 38.
1) 116 – 24 = 92 (уч.) — английский, немецкий или французский язык;
2) 24 – 20 = 4 (уч.) — только два языка немецкий и французский;
3) 9 – 4 = 5 (уч.) — все эти три языка;
4) 30 – 20 – 4 – 5 = 1 (уч.) — только два языка немецкий и английский;
5) 11 – 5 = 6 (уч.) — только два языка французский и английский;
6) 45 – 4 – 5 – 6 = 30 (уч.) — только один французский язык;

7) 92 – 30 – 30 – 6 = 26 (уч.) — только один английский язык;
8) 26 + 1 + 5 + 6 = 38 (уч.) — изучают английский язык.

Электронные издания

(СМИ МетаШкола)

Задачи на числа

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на числа. 9 класс.

Задачи на части, дроби, проценты и пропорции

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на части и дроби. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на части и дроби. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби,

проценты и пропорции. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби, проценты и пропорции. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби, проценты и пропорции. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на дроби, проценты и пропорции. 9 класс.

Задачи на движение

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на движение. 9 класс.

Задачи на работу

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.

4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.
5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.
6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.
7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.
8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на работу.
9 класс.

Задачи по геометрии

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.
4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.
5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.
6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.
7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.
8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по геометрии.
9 класс.

Задачи по комбинаторике

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по комбинаторике. 9 класс.

Задачи по теории вероятностей

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 7 класс.
5. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории

вероятностей. 8 класс.
6. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи по теории вероятностей. 9 класс.

Задачи по теории множеств

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 4 класс.
2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 5 класс.
3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 6 класс.
4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи на множества. 7 класс.

Бумажные издания

(Издательство СМИО Пресс)

1 класс

1. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 1 класс

2 класс

2. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 2 класс

3 класс

3. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 3 класс

4 класс

4. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 4 класс

5 класс

5. Смыкалова Е. В. Математика. Самостоятельные работы. 5 класс
6. Смыкалова Е. В. Математика. Сборник задач 5 класс
7. Смыкалова Е. В. Математика. Дополнительные главы 5 класс

8. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры 5 класс

5-6 классы

9. Смыкалова Е. В. Устный счёт в таблицах. 5-6 классы
10. Смыкалова Е. В. Математика. Опорные конспекты 5-6 классы
11. Смыкалова Е. В. Развивающее обучение на уроках математики в 5-6 классах. Программа, поурочное планирование, тесты
12. Смыкалова Е. В. Тренировка памяти и внимания на уроках математики 5-6 классы
13. Смыкалова Е. В. Устное умножение в таблицах. 5–6 классы

6 класс

14. Смыкалова Е. В. Математика. Сборник задач 6 класс
15. Смыкалова Е. В. Математика. Дополнительные главы 6 класс
16. Смыкалова Е. В. Математика. Самостоятельные работы. 6 класс
17. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры 6 класс

7 класс

18. Смыкалова Е. В. Математика. Сборник задач 7 класс
19. Смыкалова Е. В. Математика. Дополнительные главы 7 класс
20. Смыкалова Е. В. Алгебра. Самостоятельные работы. 7 класс.
21. Смыкалова Е. В. Самостоятельные работы по геометрии. 7 класс
22. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 7 класс

7-9 классы

23. Смыкалова Е. В. Алгебра. Опорные конспекты 7-9 классы
24. Смыкалова Е. В. Геометрия. Опорные конспекты 7-9 классы

8 класс

25. Смыкалова Е. В. Алгебра. Самостоятельные работы. 8 класс
26. Смыкалова Е. В. Геометрия. Самостоятельные работы. 8 класс
27. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 8 класс

8-9 классы

28. Смыкалова Е. В. Модули, параметры, многочлены. 8-9 классы

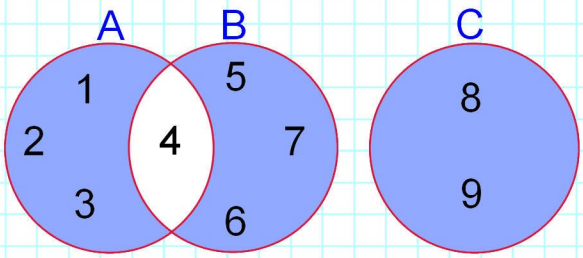
9 класс

29. Смыкалова Е. В. Самостоятельные работы по алгебре. 9 класс
30. Смыкалова Е. В. Самостоятельные работы по геометрии. 9 класс
31. Смыкалова Е. В. Математика. Задачи. Развивающие игры. 9 класс

Все классы

32. Смыкалова Е. В. Математические каникулы. Увлекательные математические игры и головоломки
33. Смыкалова Е. В. Математические игры. На пляже, в пути, у камина

МетаШкола



ISBN 978-5-6051895-0-3