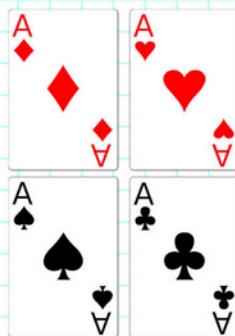


Е. В. Смыкалова

# МАТЕМАТИКА

## ЗАДАЧИ

### ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ



Е. В. Смыкалова

Математика  
Задачи  
по теории вероятностей

8 класс

Демоверсия

Санкт-Петербург  
СМИ МетаШкола  
2024

УДК 373.51  
ББК 20.я72

Смыкалова Елена Владимировна

**С52** Математика. Задачи по теории вероятностей.  
8 класс: Сборник задач / Е. В. Смыкалова. – СПб.: СМИ  
МетаШкола, 2024. – 105 с. – ISBN 978-5-6051167-4-5

Сборник содержит 160 задач по теории вероятностей для 8 класса: задачи на случайные события; задачи на статистическое, классическое и геометрическое определение вероятности. Рассматриваются различные способы решения задач. Приводятся образцы оформления для первых четырёх задач каждой главы. Ко всем задачам есть ответы и подробные решения в конце книги. Книга будет интересна и полезна ученикам 8 класса, их родителям и учителям математики.

ISBN 978-5-6051167-4-5      © Смыкалова Е. В., 2024  
© СМИ МетаШкола, 2024

Все права защищены.

Эта книга, целиком или частично, не может быть использована или размещена где-либо в любой форме и с использованием любых технических средств без письменного разрешения владельца авторских прав. Нарушение прав преследуется по закону.

[www.metaschool.ru](http://www.metaschool.ru)

---

## Оглавление

Предисловие.....	5
1. Случайные события.....	6
2. Статистическое определение вероятности.....	17
3. Классическое определение вероятности.....	25
4. Геометрическое определения вероятности.....	36
5. Задачи повышенной сложности.....	44
Решения и ответы.....	56

## Предисловие

Сборник содержит 160 задач по теории вероятностей для 8 класса. В первой главе — задачи на случайные события; во второй главе — задачи на статистическое определение вероятности; в третьей — задачи на классическое определение вероятности; в четвёртой — задачи на геометрическое определение вероятности; в пятой — задачи повышенной сложности.

Рассматриваются различные способы решения задач. Приводятся образцы оформления для первых четырёх задач каждой главы. Ко всем задачам есть ответы и подробные решения в конце книги. Книга будет интересна и полезна ученикам 8 класса, их родителям и учителям математики.

Это пятая книга серии «Задачи по теории вероятностей» 4 – 9 классы.

Материал книги был апробирован на уроках математики, на занятиях математического кружка в Физико-математическом лицее № 366 Санкт-Петербурга и в интернет-кружке МетаШколы [www.metaschool.ru](http://www.metaschool.ru).

Желаем успехов в изучении математики!

## 1. Случайные события

*Кубик игральный* в теории вероятностей имеет шесть граней правильной формы. На каждой грани выбито точками число, и при бросании кубика выпадает одно из шести чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Сумма чисел на противоположных гранях равна 7.



*Случайные события* — это события, которые при одних и тех же условиях могут произойти, а могут и не произойти. Например: выпадение пятёрки при бросании кубика.

*Невозможные события* — в данных условиях произойти не могут. Например: выпадение семёрки при бросании кубика.

*Достоверные события* — в данных условиях произойдут обязательно. Например: выпадение числа меньше семи при бросании кубика.

Одни случайные события более вероятные — ближе к достоверным, а другие менее вероятные — ближе к невозможным.

*Противоположные события* — пара событий А и В таких, что если происходит событие А, то событие В не происходит и наоборот, одновременно они произойти не могут.

Примеры противоположных событий:

- 1) при бросании монеты — выпадение «орла», выпадение «решки»;
- 2) при бросании кубика — выпадение нечётного числа, выпадение чётного числа.

*Несовместные события* — не могут произойти одновременно ни при одном исходе эксперимента, появление одного из них исключает появление другого события.

Примеры несовместных событий:

- 1) наугад из набора домино вынимают одну фишку — вынут дубль, вынут не дубль;
- 2) наугад из колоды карт вынимают одну карту — вынут король, вынут валет.

*Независимые события* — вероятность каждого из них не зависит от наступления или не наступления другого

события, наступление одного из них не изменяет вероятность наступления другого.

Примеры независимых событий:

- 1) при бросании кубика — выпадение чётного числа, выпадение пяти;
- 2) наугад из колоды карт вынимают одну карту — вынут туз, вынута карта пиковой масти.

1. Какие из описанных пар событий являются совместными, а какие несовместными?

Из набора домино взята одна фишка, на ней:

- 1) одно число больше, чем 4; другое число 2;
- 2) одно число меньше, чем 3; другое число больше, чем 5;
- 3) одно число 5; сумма двух чисел равна 12;
- 4) оба числа меньше, чем 4; сумма двух чисел равна 7.

Решение.

- 1) События совместные; 5-2, 6-2.
- 2) События совместные; 0-6, 1-6, 2-6.
- 3) События несовместные;  $12 - 5 = 7$ ; числа 7 на фишках домино нет.
- 4) События несовместные; если оба числа меньше, чем 4, то их сумма не больше, чем 6.

Ответ: 1, 2 — совместные; 3, 4 — несовместные.

•

- 
- 

24. Случайным образом выбирается четырёхзначное число. Какое событие наиболее вероятно:

- 1) первая цифра числа 3, а последняя цифра чётная;
- 2) первая цифра числа чётная, а последняя цифра 3;
- 3) две первые цифры числа одинаковые;
- 4) три последние цифры числа одинаковые?

## 2. Статистическое определение вероятности

*Монета* в теории вероятностей имеет только две стороны, одна из которых «орёл», другая — «решка». Монету бросают, и она падает одной из сторон вверх.



Чтобы выяснить, насколько вероятно то или иное случайное событие, связанное с экспериментом, нужно подсчитать, как часто оно происходит. При этом рассматривают две величины:

- *абсолютная частота* показывает, сколько раз в серии экспериментов наблюдалось данное событие;
- *относительная частота* показывает, какая доля экспериментов завершилась наступлением данного события.

Относительная частота определяется делением абсолютной частоты на число экспериментов:  $n/N$ .

Например: при бросании монеты «орёл» выпал 11 раз из 20; абсолютная частота равна 11, а относительная частота равна  $11/20 = 0,55 = 55\%$ .

*Статистическое определение вероятности:*

за вероятность случайного события принимается его относительная частота, полученная в серии экспериментов:  $P=n/N$ .

- Для невозможного события  $n=0$ , относительная частота равна 0, вероятность события равна 0, это событие не произойдет.
- Для достоверного события  $n=N$ , относительная частота равна 1, событие обязательно произойдет.
- Для случайного события  $0 \leq n \leq N$ , относительная частота от 0 до 1 включительно, вероятность события от 0 до 1 включительно.

*Противоположные события* — пара событий  $A$  и  $B$  таких, что если происходит событие  $A$ , то событие  $B$  не происходит и наоборот:  $P(A) + P(B) = 1$ ;  $P(A) = 1 - P(B)$ .

*Вероятность объединения* двух несовместных событий равна сумме их вероятностей:  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .

*Вероятность пересечения двух независимых событий равна произведению их вероятностей:*

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B).$$

25. Проведён эксперимент по бросанию кубика. Кубик был подброшен 80 раз, чётное число выпало 45 раз. Найдите относительную частоту выпадения нечётного числа в данном эксперименте. Дайте ответ в процентах с точностью до целых.

Решение.

Нечётное число выпало  $80 - 45 = 35$  раз.

Относительная частота выпадения нечётного числа:

$$35/80 = 7/16 = 0,4375 \approx 44\%.$$

Ответ: 44%.

- 
- 
- 

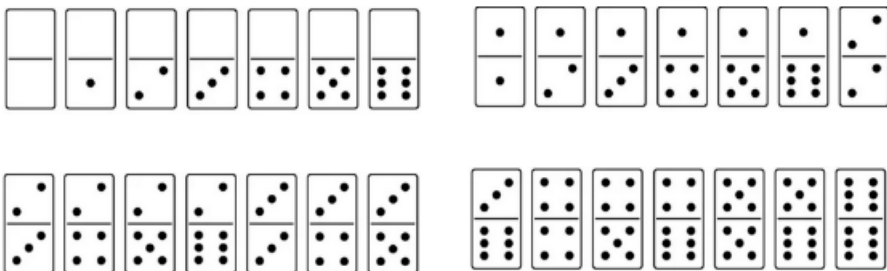
48. При изготовлении детали совершается три операции. Вероятность брака при первой операции равна 0,01, при второй — 0,02, при третьей — 0,05. Какова вероятность того, что после трёх операций деталь будет без брака? Дайте ответ в процентах с точностью до целых.

### 3. Классическое определение вероятности

*Монета* в теории вероятностей имеет только две стороны. Выпадение «орла», выпадение «решки» — равновероятные события. Никакой другой вариант невозможен, монета не может потеряться или встать на ребро.

*Кубик игральный* в теории вероятностей имеет шесть граней правильной формы. Выпадение каждого из чисел (1, 2, 3, 4, 5, 6) — равновероятные события. Никакой другой вариант невозможен, кубик не может потеряться или встать на ребро.

*Домино.* В классическом наборе 28 прямоугольных фишек, которые разделены на две части. На каждой части точками отмечены числа от 0 до 6 включительно.



*Карты игральные* — это классическая игровая колода, которая включает в себя 36 карт, разделенных на 4 масти: бубны (♦), пики (♠), черви (♥) и трефы (♣). Каждая масть содержит карты от 6 до туза.



Рассмотрим случайный эксперимент, который может завершиться одним из  $n$  возможных исходов, причём все исходы *равновероятны*, нет никаких оснований считать один исход вероятнее другого.

Например:

1) при бросании монеты число возможных исходов  $n = 2$ , может выпасть «орёл» или «решка»;

2) при бросании кубика число возможных исходов  $n = 6$ , может выпасть 1, 2, 3, 4, 5 или 6.

Пусть ровно  $m$  из этих  $n$  исходов приводят к наступлению некоторого события  $A$ , такие исходы называются *благоприятными*.

*Классическое определение вероятности:*  $P(A) = m/n$ .

Вероятность случайного события  $A$  — это отношение  $m/n$ , где  $n$  — число всех возможных исходов эксперимента,  $m$  — число исходов, благоприятных для события  $A$ .

Например:

1) пусть благоприятным исходом будет выпадение «орла» при бросании монеты,  $m = 1$ ;  $n = 2$ ; вероятность выпадения «орла» при бросании монеты равна  $1/2$ ;

2) пусть благоприятным исходом будет выпадение тройки при бросании кубика,  $m = 1$ ;  $n = 6$ ; вероятность выпадения тройки при бросании игрального кубика равна  $1/6$ .

Классическое определение вероятности можно использовать только в случае с равновероятными исходами!

49. Кубик подбрасывали 4 раза, и каждый раз выпадало нечётное число. Какова вероятность того, что при новом бросании выпадет число, которое кратно четырём?

Решение.

Число всех возможных исходов: 6.

Число, которое кратно четырём — это число 4.

Благоприятный исход: 1.

События независимые. Вероятность выпадения каждого числа при бросании равна  $1/6$  независимо от предыдущих результатов.

Ответ:  $1/6$ .

- 
- 
- 

92. В магазине продаётся 150 ручек: 44 красных, 36 зелёных, 28 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная ручка будет зелёной или чёрной.

## 4. Геометрическое определения вероятности

Пусть  $A$  — случайная точка на отрезке длины  $L$ .  
Вероятность её попадания в любой отрезок длины  $d$ , принадлежащий данному отрезку длины  $L$ , равна:  
 $P(A) = d/L$ .

Пусть  $A$  — случайная точка, принадлежащая плоской фигуре площади  $S$ . Вероятность её попадания в область этой фигуры площади  $s$  равна:  $P(A) = s/S$ .

93. На отрезке  $AB$  отмечены точки  $M$ ,  $N$  и  $P$ .  $AB = 19$  см,  $AM = 4$  см,  $MP = 10$  см,  $NB = 7$  см. Точки на отрезке  $AB$  идут в таком порядке:  $A$ ,  $M$ ,  $N$ ,  $P$ ,  $B$ . На отрезке  $AB$  случайным образом отмечается точка  $K$ . Какова вероятность того, что точка  $K$  попадёт на отрезок  $NP$ ?

Решение.



$$AB = 19 \text{ см};$$

$$PB = AB - AM - MP = 19 \text{ см} - 4 \text{ см} - 10 \text{ см} = 5 \text{ см};$$

$$NP = NB - PB = 7 \text{ см} - 5 \text{ см} = 2 \text{ см}.$$

Вероятность:  $2/19$ .

Ответ:  $2/19$ .

- 
- 
- 

116. Радиусы двух concentрических окружностей относятся как  $5 : 3$ , а ширина кольца равна  $8$  см. Случайным образом внутри большего круга отмечается точка. Какова вероятность того, что она не попадёт в кольцо?

## 5. Задачи повышенной сложности

*Объединением* двух или нескольких событий называется событие, состоящее в наступлении хотя бы одного из них в результате испытания.

*Вероятность объединения* двух несовместных событий равна сумме их вероятностей:  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .

*Вероятность объединения* двух совместных событий равна сумме их вероятностей минус вероятность их пересечения:  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ .

*Пересечением* двух или нескольких событий называется событие, состоящее в совместном наступлении всех этих событий в результате испытания.

*Вероятность пересечения* двух независимых событий равна произведению их вероятностей:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B).$$

*Вероятность пересечения* двух зависимых событий:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = P(B) \cdot P(A|B).$$

$P(B|A)$  — условная вероятность появления события  $B$ , если события  $A$  произошло.

$P(A|B)$  — условная вероятность появления события  $A$ , если события  $B$  произошло.

**Размещения без повторений** из  $n$  элементов по  $k$  в каждой ( $k \leq n$ ,  $k > 0$ ) — это комбинации, отличающиеся одна от другой составом или порядком расположения элементов.

$$A_n^k = n(n-1)(n-2) \dots (n-k+1)$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

**Перестановки без повторений** из  $n$  элементов — это размещения из  $n$  элементов по  $n$ ; это комбинации из  $n$  элементов, отличающиеся друг от друга только порядком следования элементов.

$$P_n = A_n^n = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{1} = n!$$

**Сочетания без повторений** из  $n$  элементов по  $k$  элементов — это комбинации из  $n$  элементов по  $k$  ( $k \leq n$ ), отличающиеся друг от друга только составом элементов.

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{P_k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

117. Вероятность того, что на контрольной работе Ваня решит больше 6 задач равна 0,66. Вероятность того, что он верно решит больше 5 задач, равна 0,79. Найдите вероятность того, что Ваня решит ровно 6 задач.

Решение.

Решит больше 6 задач: 7, 8, 9, ...

Решит больше 5 задач: 6, 7, 8, 9, ...

Вероятность того, что ровно 6 задач:  $0,79 - 0,66 = 0,13$ .

Ответ: 0,13.

- 
- 
- 

160. Карточка «Спортлото» содержит 49 чисел.

Выигрывают какие-то 6 чисел. Какова вероятность того, что на карточке, где отмечены 6 чисел, верно угадано ровно три числа? Дайте ответ в десятичных дробях с точностью до тысячных.

## Решения и ответы

5. 3.

На гранях кубика: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Событие 3 (выпадение пятёрки, шестёрки и семёрки) — невозможное событие.

6. 4.

На гранях кубика: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Сумма трёх выпавших чисел от 3 до 18 включительно.

Событие 4 (сумма трёх выпавших чисел не больше, чем 18) — достоверное событие.

7. 1, 2 — совместные; 3, 4 — несовместные.

1) События совместные; 4-5, 5-5, 6-5.

2) События совместные; 6-0, 6-1, 6-2, 6-3, 6-4, 6-5, 6-6.

3) События несовместные;  $9 - 2 = 7$ ; числа 7 на фишках домино нет.

4) События несовместные; если оба числа больше, чем 3, то их сумма не меньше, чем 8.

- 
- 
-

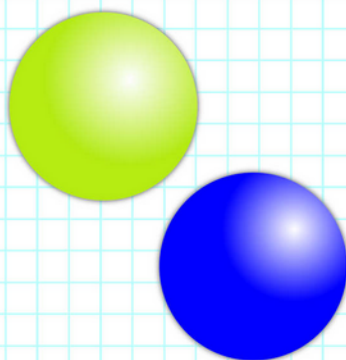
160. 0,018.

Число всех возможных наборов по 6 чисел —  
число сочетаний из 49 по 6:

$$(49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44)/(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6) = 13983816.$$

Число благоприятных исходов (верно угадано три числа)  
— число сочетаний из 6 по 3 умножить на число сочетаний  
из  $(49 - 6)$  по 3:  $20 \cdot (43 \cdot 42 \cdot 41)/(1 \cdot 2 \cdot 3) = 246820$ .

Вероятность того, что верно угадано три числа:  
 $246820/13983816 \approx 0,018$ .



ISBN 978-5-6051167-4-5.



9 785605 116745 >