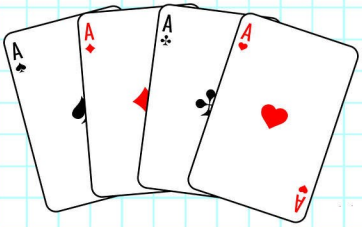
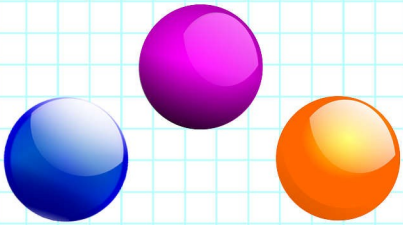
Е. В. Смыкалова

МАТЕМАТИКА

ЗАДАЧИ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ









6

Е. В. Смыкалова

Математика
Задачи
по теории вероятностей

6 класс

Демоверсия

Санкт-Петербург
СМИ МетаШкола
2024

УДК 373.51
ББК 20.я72

Смыкалова Елена Владимировна

С52 Математика. Задачи по теории вероятностей.
6 класс: Сборник задач / Е. В. Смыкалова. – СПб.: СМИ МетаШкола, 2024. – 76 с. – ISBN 978-5-6051167-2-1

Сборник содержит 120 задач по теории вероятностей для 6 класса: задачи на случайные события; задачи на статистическое и классическое определение вероятности. Рассматриваются различные способы решения задач. Приводятся образцы оформления для первых четырёх задач каждой главы. Ко всем задачам есть ответы и подробные решения в конце книги. Книга будет интересна и полезна ученикам 6 класса, их родителям и учителям математики.

ISBN 978-5-6051167-2-1

© Смыкалова Е. В., 2024
© СМИ МетаШкола, 2024

Все права защищены.
Эта книга, целиком или частично, не может быть использована или размещена где-либо в любой форме и с использованием любых технических средств без письменного разрешения владельца авторских прав. Нарушение прав преследуется по закону.

www.metaschool.ru

Оглавление

Предисловие.....5

1. Случайные события.....6

2. Статистическое определение вероятности.....16

3. Классическое определение вероятности.....23

4. Задачи повышенной сложности.....33

Решения и ответы.....41

Предисловие

Сборник содержит 120 задач по теории вероятностей для 6 класса. В первой главе — задачи на случайные события; во второй главе — задачи на статистическое определение вероятности; в третьей — задачи на классическое определение вероятности; в четвёртой — задачи повышенной сложности.

Рассматриваются различные способы решения задач. Приводятся образцы оформления для первых четырёх задач каждой главы. Ко всем задачам есть ответы и подробные решения в конце книги. Книга будет интересна и полезна ученикам 6 класса, их родителям и учителям математики.

Это третья книга серии «Задачи по теории вероятностей» для 4–9 классов.
Материал книги был апробирован на уроках математики, на занятиях математического кружка
в Физико-математическом лицее № 366 Санкт-Петербурга и в интернет-кружке МетаШколы www.metaschool.ru.

Желаем успехов в изучении математики!

1. Случайные события

Кубик игральный в теории вероятностей имеет шесть граней правильной формы. На каждой грани выбито точками число, и при бросании кубика выпадает одно из шести чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
Сумма чисел на противоположных гранях равна 7.



Случайные события — это события, которые при одних и тех же условиях могут произойти, а могут и не произойти. Например: выпадение пятёрки при бросании кубика.
Невозможные события — в данных условиях произойти не могут. Например: выпадение семёрки при бросании кубика.

Достоверные события — в данных условиях произойдут обязательно. Например: выпадение числа меньше семи при бросании кубика.
Одни случайные события более вероятные — ближе к достоверным, а другие менее вероятные — ближе к невозможным.

1. Бросают три кубика. Какое из событий достоверное:
1) сумма трёх выпавших чисел кратна трём;
2) сумма трёх выпавших чисел не меньше, чем 6;
3) сумма трёх выпавших чисел не больше, чем 18;
4) сумма трёх выпавших чисел меньше, чем 12?

Решение.

На гранях кубика: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
Сумма трёх выпавших чисел от 3 до 18 включительно.
1) сумма трёх выпавших чисел кратна трём; не является достоверным событием, значение суммы может быть не кратно трём, например, 1 + 1 + 2 = 4;
2) сумма трёх выпавших чисел не меньше, чем 6; не является достоверным событием, значение суммы может быть меньше, чем 6, например, 1 + 2 + 2 = 5;
3) сумма трёх выпавших чисел не больше, чем 18; достоверное событие;
4) сумма трёх выпавших чисел меньше, чем 12; не является достоверным событием, значение суммы

может быть больше, чем 12, например, 4 + 5 + 6 = 15.
Событие 3 (сумма трёх выпавших чисел не больше, чем 18) — достоверное событие.
Ответ: 3.

-
-
-

24. В коробке лежат шарики: 8 белых, 4 жёлтых, 2 красных и 7 синих. Наугад вынимаются два шарика. Какое событие наиболее вероятно:
1) вынутые шарики белого или жёлтого цвета;
2) вынутые шарики не белого и не синего цвета;
3) вынутые шарики жёлтого или синего цвета;
4) вынутые шарики не красного и не жёлтого цвета?

2. Статистическое определение вероятности

Монета в теории вероятностей имеет только две стороны, одна из которых «орёл», другая — «решка». Монету бросают, и она падает одной из сторон вверх.



Чтобы выяснить, насколько вероятно то или иное случайное событие, связанное с экспериментом, нужно подсчитать, как часто оно происходит. При этом рассматривают две величины:

- *абсолютная частота* показывает, сколько раз в серии экспериментов наблюдалось данное событие;
- *относительная частота* показывает, какая доля экспериментов завершилась наступлением данного события.

Относительная частота определяется делением

абсолютной частоты на число экспериментов: n/N.
Например: при бросании монеты «орёл» выпал 11 раз из 20; абсолютная частота равна 11, а относительная частота равна 11/20 = 0,55 = 55%.
Статистическое определение вероятности: за вероятность случайного события принимается его относительная частота, полученная в серии экспериментов: P=n/N.

- Для невозможного события n=0, относительная частота равна 0, вероятность события равна 0, это событие не произойдет.
- Для достоверного события n=N, относительная частота равна 1, событие обязательно произойдет.
- Для случайного события 0≤n≤N, относительная частота от 0 до 1 включительно, вероятность события от 0 до 1 включительно.

25. Фабрика заказала 1600 пуговиц. Когда проверяли партию на 200 пуговиц, оказалось, что из них 5 пуговиц бракованных. Сколько запасных пуговиц следует заказать, если долю брака считать равной наблюдаемой?

Решение.

Среди 1600 пуговиц, бракованных будет: 1600 · 5/200 = 40.
Надо заказать ещё не менее 40 запасных пуговиц.
Ответ: 40 пуговиц.

-
-
-

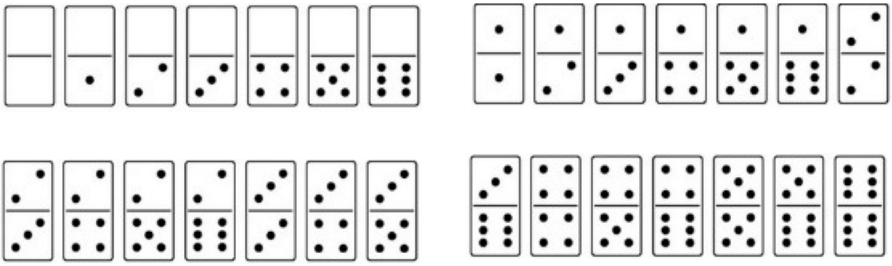
48. Среди новорожденных оказалось 135 девочек и 165 мальчиков. Чему равна относительная частота рождения девочек?

3. Классическое определение вероятности

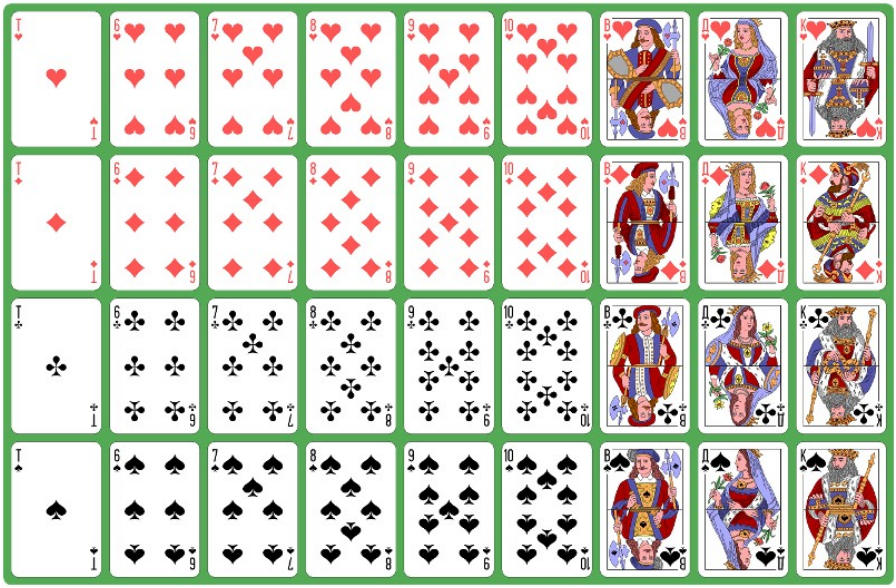
Монета в теории вероятностей имеет только две стороны. Выпадение «орла», выпадение «решки» — равновероятные события. Никакой другой вариант невозможен, монета не может потеряться или встать на ребро.

Кубик игральный в теории вероятностей имеет шесть граней правильной формы. Выпадение каждого из чисел (1, 2, 3, 4, 5, 6) — равновероятные события. Никакой другой вариант невозможен, кубик не может потеряться или встать на ребро.

Домино. В классическом наборе 28 прямоугольных фишек, которые разделены на две части. На каждой части точками отмечены числа от 0 до 6 включительно.



Карты игральные — это классическая игровая колода, которая включает в себя 36 карт, разделенных на 4 масти: бубны (♦), пики (♠), черви (♥) и трефы (♣). Каждая масть содержит карты от 6 до туза.



Рассмотрим случайный эксперимент, который может завершиться одним из n возможных исходов, причём все исходы *равновероятны*, нет никаких оснований считать один исход вероятнее другого.

Например:

1) при бросании монеты число возможных исходов n = 2, может выпасть «орёл» или «решка»;

2) при бросании кубика число возможных исходов n = 6, может выпасть 1, 2, 3, 4, 5 или 6.
Пусть ровно m из этих n исходов приводят к наступлению некоторого события A, такие исходы называются *благоприятными*.
Классическое определение вероятности: *P(A) = m/n.*
Вероятность случайного события A — это отношение m/n, где n — число всех возможных исходов эксперимента, m — число исходов, благоприятных для события A.
Например:
1) пусть благоприятным исходом будет выпадение «орла» при бросании монеты, m = 1; n = 2; вероятность выпадения «орла» при бросании монеты равна 1/2;
2) пусть благоприятным исходом будет выпадение тройки при бросании кубика, m = 1; n = 6; вероятность выпадения тройки при бросании игрального кубика равна 1/6.
Классическое определение вероятности можно использовать только в случае с равновероятными исходами!
Противоположные события — пара событий A и B таких, что если происходит событие A, то событие B не происходит и наоборот.
Из двух противоположных событий одно произойдёт, а одновременно они произойти не могут.
Сумма вероятностей противоположных событий равна единице: P(A) + P(B) = 1.

Вероятность противоположного события: P(B) = 1 – P(A).
Примеры противоположных событий:
1) выпадение «орла», выпадение «решки» при бросании монеты;
2) выпадение нечётного числа, выпадение чётного числа при бросании кубика.

49. Монету бросают четыре раза. Найдите вероятность того, что «орёл» выпадет ровно один или ровно два раза.

Решение.

По правилу произведение: 2 · 2 · 2 · 2 = 16 вариантов.
16 всех возможных исходов:
OOOO, OOOP, OOPO, OPOO, POOO, OOPP, OPPO, PPOO, OPOP, POOP, POPO, OPPP, POPP, PPOP, PPPO, PPPP.
10 благоприятных исходов: OOPP, OPPO, PPOO, OPOP, POOP, POPO, OPPP, POPP, PPOP, PPPO.
Вероятность того, что «орёл» выпадет ровно один или ровно два раза:
10/16 = 5/8 = 0,625 = 62,5%.
Ответ: 62,5%.

-
-
-

84. В лифт семиэтажного дома на первом этаже зашли 3 человека и поехали вверх. Каждый человек независимо и равновероятно выходит на одном из этажей 2–7. Найдите вероятность того, что они выйдут все на разных этажах.

4. Задачи повышенной сложности

Объединением двух или нескольких событий называется событие, состоящее в наступлении хотя бы одного из них в результате испытания.
Например: в ящике один красный шар и один белый шар;
событие A — извлечён красный шар;
событие B — извлечён белый шар;
событие $(A \cup B)$ — извлечён красный или белый шар.
Вероятность объединения: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
Вероятность объединения двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий.

Пересечением двух или нескольких событий называется событие, состоящее в совместном наступлении всех этих событий в результате испытания.
Например:
событие A — из колоды карт вынут туз;
событие B — вынута карта пиковой масти;
событие $(A \cap B)$ — вынут пиковый туз.
Вероятность пересечения: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.
Вероятность пересечения двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий.

85. Кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что произведение двух выпавших чисел будет кратно пяти.

Решение.

На гранях кубика числа: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
По правилу произведения: 6 · 6 = 36 возможных исходов.
11 благоприятных исходов: 1-5, 5-1, 2-5, 5-2, 3-5, 5-3, 4-5, 5-4, 5-5, 5-6, 6-5.
Вероятность того, что произведение двух выпавших чисел будет кратно пяти: 11/36.
Ответ: 11/36.

-
-
-

120. К остановке подходят три автобуса. Для каждого из них вероятность того, что он вам подходит, равна 1/2. События того, что каждый из автобусов подходит, независимы. Какова вероятность того, что вы уедете на одном из этих трёх автобусов?

Решения и ответы

5. 4.
На гранях кубика: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
Событие 4 (выпадение двойки и семёрки) — невозможное событие.

6. 3.
На гранях кубика: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
Событие 3 (выпадение чисел, кратных семи) — невозможное событие.

7. 2.
На гранях кубика: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
Событие 2 (выпадение чисел, не больших шести) — достоверное событие.

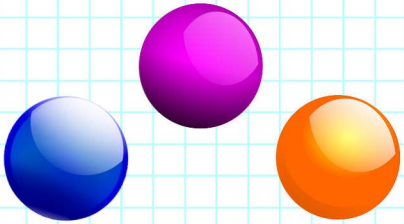
8. 3.
На гранях кубика: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
Событие 3 (выпадение чисел, не меньших нуля) — достоверное событие.

-
-

-

120. 7/8 = 0,875 = 87,5%.
Вероятность не уехать: (1 – 1/2) · (1 – 1/2) · (1 – 1/2) = 1/8.
Вероятность уехать на одном из этих трёх автобусов (противоположное событие):
1 – 1/8 = 7/8 = 0,875 = 87,5%.

МетаШкола



ISBN 978-5-6051167-2-1