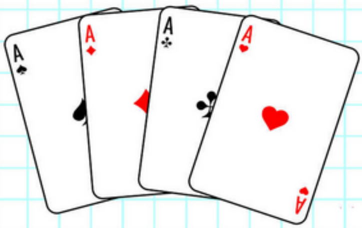
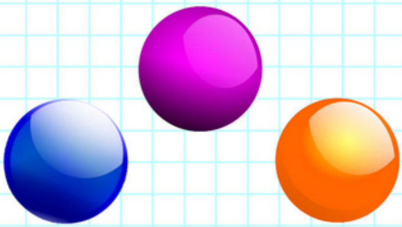
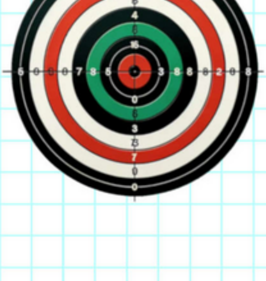
Е. В. Смыкалова

МАТЕМАТИКА

ЗАДАЧИ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ







6

Е. В. Смыкалова

Математика
Задачи
по теории вероятностей

6 класс

Демоверсия

Санкт-Петербург
СМИ МетаШкола
2024

УДК 373.51
ББК 20.я72

Смыкалова Елена Владимировна

С52 Математика. Задачи по теории вероятностей. 6 класс: Сборник задач / Е. В. Смыкалова. – СПб.: СМИ МетаШкола, 2024. – 76 с. – ISBN 978-5-6051167-2-1

Сборник содержит 120 задач по теории вероятностей для 6 класса: задачи на случайные события; задачи на статистическое и классическое определение вероятности. Рассматриваются различные способы решения задач. Приводятся образцы оформления для первых четырёх задач каждой главы. Ко всем задачам есть ответы и подробные решения в конце книги. Книга будет интересна и полезна ученикам 6 класса, их родителям и учителям математики.

ISBN 978-5-6051167-2-1

www.metaschool.ru

Оглавление

Предисловие

Сборник содержит 120 задач по теории вероятностей для 6 класса. В первой главе — задачи на случайные события; во второй главе — задачи на статистическое определение вероятности; в третьей — задачи на классическое определение вероятности; в четвёртой — задачи повышенной сложности.

Рассматриваются различные способы решения задач. Приводятся образцы оформления для первых четырёх задач каждой главы. Ко всем задачам есть ответы и подробные решения в конце книги. Книга будет интересна и полезна ученикам 6 класса, их родителям и учителям математики.

Это третья книга серии «Задачи по теории вероятностей» 4 – 9 классы.
Материал книги был апробирован на уроках математики, на занятиях математического кружка в Физико-математическом лицее № 366 Санкт-Петербурга и в интернет-кружке МетаШколы www.metaschool.ru.

Желаем успехов в изучении математики!

1. Случайные события

Кубик игральный в теории вероятностей имеет шесть граней правильной формы. На каждой грани выбито точками число, и при бросании кубика выпадает одно из шести чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
Сумма чисел на противоположных гранях равна 7.

Случайные события — это события, которые при одних и тех же условиях могут произойти, а могут и не произойти. Например: выпадение пятёрки при бросании кубика.
Невозможные события — в данных условиях произойти не могут. Например: выпадение семёрки при бросании кубика.

Достоверные события — в данных условиях произойдут обязательно. Например: выпадение числа меньше семи при бросании кубика.
Одни случайные события более вероятные — ближе к достоверным, а другие менее вероятные — ближе к невозможным.

1. Бросают три кубика. Какое из событий достоверное:
1) сумма трёх выпавших чисел кратна трём;
2) сумма трёх выпавших чисел не меньше, чем 6;
3) сумма трёх выпавших чисел не больше, чем 18;
4) сумма трёх выпавших чисел меньше, чем 12?

Решение.

На гранях кубика: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
Сумма трёх выпавших чисел от 3 до 18 включительно.
1) сумма трёх выпавших чисел кратна трём; не является достоверным событием, значение суммы может быть не кратно трём, например, $1 + 1 + 2 = 4$;
2) сумма трёх выпавших чисел не меньше, чем 6; не является достоверным событием, значение суммы может быть меньше, чем 6, например, $1 + 2 + 2 = 5$;
3) сумма трёх выпавших чисел не больше, чем 18; достоверное событие;
4) сумма трёх выпавших чисел меньше, чем 12; не является достоверным событием, значение суммы

может быть больше, чем 12, например, 4 + 5 + 6 = 15.
Событие 3 (сумма трёх выпавших чисел не больше, чем 18) — достоверное событие.
Ответ: 3.

•
•
•

24. В коробке лежат шарики: 8 белых, 4 жёлтых, 2 красных и 7 синих. Наугад вынимаются два шарика. Какое событие наиболее вероятно:
1) вынутые шарики белого или жёлтого цвета;
2) вынутые шарики не белого и не синего цвета;
3) вынутые шарики жёлтого или синего цвета;
4) вынутые шарики не красного и не жёлтого цвета?

2. Статистическое определение вероятности

Монета в теории вероятностей имеет только две стороны, одна из которых «орёл», другая — «решка». Монету бросают, и она падает одной из сторон вверх.

Чтобы выяснить, насколько вероятно то или иное случайное событие, связанное с экспериментом, нужно подсчитать, как часто оно происходит. При этом рассматривают две величины:

- *абсолютная частота* показывает, сколько раз в серии экспериментов наблюдалось данное событие;
- *относительная частота* показывает, какая доля экспериментов завершилась наступлением данного события.

Относительная частота определяется делением абсолютной частоты на число экспериментов: n/N. Например: при бросании монеты «орёл» выпал 11 раз из 20; абсолютная частота равна 11, а относительная частота равна 11/20 = 0,55 = 55%.
Статистическое определение вероятности: за вероятность случайного события принимается его относительная частота, полученная в серии экспериментов: P=n/N.

- Для невозможного события n=0, относительная частота равна 0, вероятность события равна 0, это событие не произойдет.
- Для достоверного события n=N, относительная частота равна 1, событие обязательно произойдет.
- Для случайного события 0≤n≤N, относительная частота от 0 до 1 включительно, вероятность события от 0 до 1 включительно.

25. Фабрика заказала 1600 пуговиц. Когда проверяли партию на 200 пуговиц, оказалось, что из них 5 пуговиц бракованных. Какое наименьшее число запасных пуговиц надо ещё заказать, чтобы исключить брак?

Решение.

Среди 1600 пуговиц, бракованных будет: $1600 \cdot 5/200 = 40$.
Надо заказать ещё не менее 40 запасных пуговиц.
Ответ: 40 пуговиц.

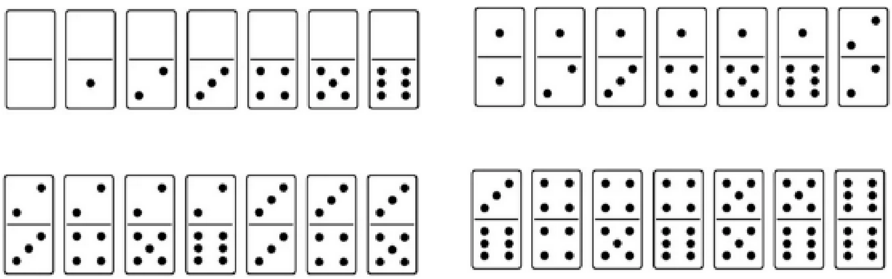
48. Среди новорожденных оказалось 135 девочек и 165 мальчиков. Чему равна относительная частота рождения девочек?

3. Классическое определение вероятности

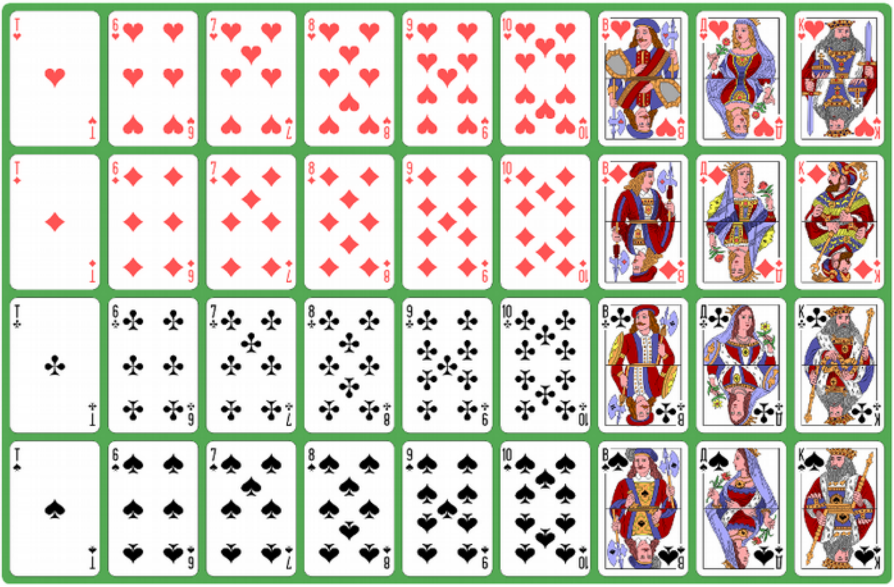
Монета в теории вероятностей имеет только две стороны. Выпадение «орла», выпадение «решки» — равновероятные события. Никакой другой вариант невозможен, монета не может потеряться или встать на ребро.

Кубик игральный в теории вероятностей имеет шесть граней правильной формы. Выпадение каждого из чисел (1, 2, 3, 4, 5, 6) — равновероятные события. Никакой другой вариант невозможен, кубик не может потеряться или встать на ребро.

Домино. В классическом наборе 28 прямоугольных фишек, которые разделены на две части. На каждой части точками отмечены числа от 0 до 6 включительно.



Карты игральные — это классическая игровая колода, которая включает в себя 36 карт, разделенных на 4 масти: бубны (♦), пики (♠), черви (♥) и трефы (♣). Каждая масть содержит карты от 6 до туза.



Рассмотрим случайный эксперимент, который может завершиться одним из n возможных исходов, причём все исходы *равновероятны*, нет никаких оснований считать один исход вероятнее другого.
Например:
1) при бросании монеты число возможных исходов $n = 2$, может выпасть «орёл» или «решка»;

2) при бросании кубика число возможных исходов n = 6, может выпасть 1, 2, 3, 4, 5 или 6.
Пусть ровно m из этих n исходов приводят к наступлению некоторого события A, такие исходы называются *благоприятными*.
Классическое определение вероятности: *P(A) = m/n.*
Вероятность случайного события A — это отношение m/n, где n — число всех возможных исходов эксперимента, m — число исходов, благоприятных для события A.
Например:
1) пусть благоприятным исходом будет выпадение «орла» при бросании монеты, m = 1; n = 2; вероятность выпадения «орла» при бросании монеты равна 1/2;
2) пусть благоприятным исходом будет выпадение тройки при бросании кубика, m = 1; n = 6; вероятность выпадения тройки при бросании игрального кубика равна 1/6.
Классическое определение вероятности можно использовать только в случае с равновероятными исходами!
Противоположные события — пара событий A и B таких, что если происходит событие A, то событие B не происходит и наоборот.
Из двух противоположных событий одно произойдёт, а одновременно они произойти не могут.
Сумма вероятностей противоположных событий равна единице: P(A) + P(B) = 1.

Вероятность противоположного события: P(B) = 1 – P(A).
Примеры противоположных событий:
1) выпадение «орла», выпадение «решки» при бросании монеты;
2) выпадение нечётного числа, выпадение чётного числа при бросании кубика.

49. Монету бросают четыре раза. Найдите вероятность того, что «орёл» выпадет ровно один или ровно два раза.

Решение.

По правилу произведение: 2 · 2 · 2 · 2 = 16 вариантов.
16 всех возможных исходов:
OOOO, OOOP, OOPO, OPOO, POOO, OOPP, OPPO, PPOO, OPOP, POOP, POPO, OPPP, POPP, PPOP, PPPO, PPPP.
10 благоприятных исходов: OOPP, OPPO, PPOO, OPOP, POOP, POPO, OPPP, POPP, PPOP, PPPO.
Вероятность того, что «орёл» выпадет ровно один или ровно два раза:
10/16 = 5/8 = 0,625 = 62,5%.
Ответ: 62,5%.

-
-
-

84. В лифт семиэтажного дома на первом этаже зашли 3 человека и поехали вверх. Найдите вероятность того, что они выйдут все на разных этажах.

4. Задачи повышенной сложности

Объединением двух или нескольких событий называется событие, состоящее в наступлении хотя бы одного из них в результате испытания.
Например: в ящике один красный шар и один белый шар;
событие A — извлечён красный шар;
событие B — извлечён белый шар;
событие $(A \cup B)$ — извлечён красный или белый шар.
Вероятность объединения: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
Вероятность объединения двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий.

Пересечением двух или нескольких событий называется событие, состоящее в совместном наступлении всех этих событий в результате испытания.
Например:
событие A — из колоды карт вынут туз;
событие B — вынута карта пиковой масти;
событие $(A \cap B)$ — вынут пиковый туз.
Вероятность пересечения: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.
Вероятность пересечения двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий.

85. Кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что

произведение двух выпавших чисел будет кратно пяти.

Решение.

На гранях кубика числа: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
По правилу произведения: $6 \cdot 6 = 36$ возможных исходов.
11 благоприятных исходов: 1-5, 5-1, 2-5, 5-2, 3-5, 5-3, 4-5, 5-4, 5-5, 5-6, 6-5.
Вероятность того, что произведение двух выпавших чисел будет кратно пяти: 11/36.
Ответ: 11/36.

-
-
-

120. К остановке подходят три автобуса. Для каждого из них вероятность того, что он вам подходит, равна 1/2. Какова вероятность того, что вы уедете на одном из этих трёх автобусов?

Решения и ответы

5. 4.
На гранях кубика: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
Событие 4 (выпадение двойки и семёрки) — невозможное событие.

6. 3.
На гранях кубика: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
Событие 3 (выпадение чисел, кратных семи) — невозможное событие.

7. 2.
На гранях кубика: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
Событие 2 (выпадение чисел, не больших шести) — достоверное событие.

8. 3.
На гранях кубика: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
Событие 3 (выпадение чисел, не меньших нуля) — достоверное событие.

-
-

•

120. 7/8 = 0,875 = 87,5%.
Вероятность не уехать: (1 – 1/2) · (1 – 1/2) · (1 – 1/2) = 1/8.
Вероятность уехать на одном из этих трёх автобусов (противоположное событие):
1 – 1/8 = 7/8 = 0,875 = 87,5%.

МетаШкола

ISBN 978-5-6051167-2-1