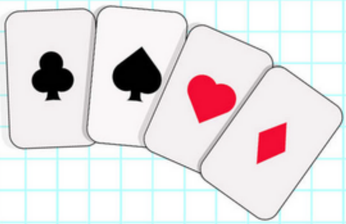
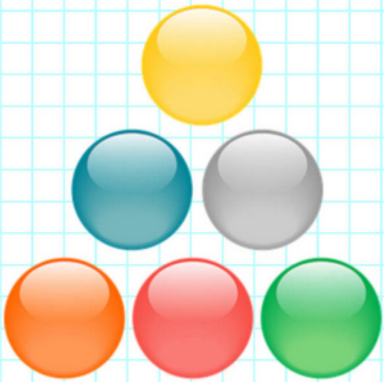
Е. В. Смыкалова

МАТЕМАТИКА

ЗАДАЧИ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ





5

Е. В. Смыкалова

Математика
Задачи
по теории вероятностей

5 класс

Демоверсия

Санкт-Петербург
СМИ МетаШкола
2023

УДК 373.51
ББК 20.я72

Смыкалова Елена Владимировна

С52 Математика. Задачи по теории вероятностей.
5 класс: Сборник задач / Е. В. Смыкалова. – СПб.: СМИ МетаШкола, 2023. – 75 с. – ISBN 978-5-6051167-1-4

Сборник содержит 120 задач по теории вероятностей для 5 класса: задачи на случайные события; задачи на статистическое и классическое определение вероятности. Рассматриваются различные способы решения задач. Приводятся образцы оформления для первых четырёх задач каждой главы. Ко всем задачам есть ответы и подробные решения в конце книги. Книга будет интересна и полезна ученикам 5 класса, их родителям и учителям математики.

ISBN 978-5-6051167-1-4

www.metaschool.ru

Оглавление

Предисловие

Сборник содержит 120 задач по теории вероятностей для 5 класса. В первой главе — задачи на случайные события; во второй главе — задачи на статистическое определение вероятности; в третьей — задачи на классическое определение вероятности; в четвёртой — задачи повышенной сложности.

Рассматриваются различные способы решения задач. Приводятся образцы оформления для первых четырёх задач каждой главы. Ко всем задачам есть ответы и подробные решения в конце книги. Книга будет интересна и полезна ученикам 5 класса, их родителям и учителям математики.

Это вторая книга серии «Задачи по теории вероятностей» 4 – 9 классы.
Материал книги был апробирован на уроках математики, на занятиях математического кружка в Физико-математическом лицее № 366 Санкт-Петербурга и в интернет-кружке МетаШколы www.metaschool.ru.

Желаем успехов в изучении математики!

1. Случайные события

Кубик игральный в теории вероятностей имеет шесть граней правильной формы. На каждой грани выбито точками число, и при бросании кубика выпадает одно из шести чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Сумма чисел на противоположных гранях равна 7.

Случайные события — это события, которые при одних и тех же условиях могут произойти, а могут и не произойти. Например: выпадение пятёрки при бросании кубика.
Невозможные события — в данных условиях произойти не могут. Например: выпадение семёрки при бросании кубика.

Достоверные события — в данных условиях произойдут обязательно. Например: выпадение числа меньше семи при бросании кубика.
Одни случайные события более вероятные — ближе к достоверным, а другие менее вероятные — ближе к невозможным.

1. Бросают два кубика. Какое из событий наименее вероятно:
1) выпадение двух чисел, которые не больше, чем 3;
2) выпадение двух чётных чисел;
3) выпадение двух одинаковых нечётных чисел;
4) выпадение двух чисел, одно из которых на два меньше другого?

Решение.

На гранях каждого кубика — 1, 2, 3, 4, 5, 6;
1) выпадение двух чисел, которые не больше, чем 3:
1-1, 1-2, 1-3, 2-1, 2-2, 2-3, 3-1, 3-2, 3-3 (9 вариантов).
2) выпадение двух чётных чисел:
2-2, 2-4, 2-6, 4-2, 4-4, 4-6, 6-2, 6-4, 6-6 (9 вариантов).
3) выпадение двух одинаковых нечётных чисел:
1-1, 3-3, 5-5 (3 варианта).
4) выпадение двух чисел, одно из которых на два меньше другого: 1-3, 3-1, 2-4, 4-2, 3-5, 5-3, 4-6, 6-4 (8 вариантов).
Событие 3 (сумма двух одинаковых нечётных чисел) —

наименее вероятно.
Ответ: 3.

-
-
-

24. В коробке лежат шарики: 9 белых, 7 жёлтых, 5 красных и 3 синих. Наугад вынимается один шарик. Какое событие наиболее вероятно:
1) вынутый шарик не белый и не синий;
2) вынутый шарик белый или красный;
3) вынутый шарик не белый и не жёлтый;
4) вынутый шарик белый или жёлтый?

2. Статистическое определение вероятности

Монета в теории вероятностей имеет только две стороны, одна из которых «орёл», другая — «решка». Монету бросают, и она падает одной из сторон вверх.

Чтобы выяснить, насколько вероятно то или иное случайное событие, связанное с экспериментом, нужно подсчитать, как часто оно происходит. При этом рассматривают две величины:

- *абсолютная частота* показывает, сколько раз в серии экспериментов наблюдалось данное событие;
- *относительная частота* показывает, какая доля экспериментов завершилась наступлением данного события.

Относительная частота определяется делением абсолютной частоты на число экспериментов: n/N.
Например: при бросании монеты «орёл» выпал 11 раз из 20; абсолютная частота равна 11, а относительная частота равна 11/20 = 0,55 = 55%.
Статистическое определение вероятности:
за вероятность случайного события принимается его относительная частота, полученная в серии экспериментов: P=n/N.

- Для невозможного события n=0, относительная частота равна 0, вероятность события равна 0, это событие не произойдет.
- Для достоверного события n=N, относительная частота равна 1, событие обязательно произойдет.
- Для случайного события 0≤n≤N, относительная частота от 0 до 1 включительно, вероятность события от 0 до 1 включительно.

25. Проведён эксперимент по бросанию монеты. Монета была подброшена 50 раз, «орёл» выпал 28 раз. Найдите абсолютную и относительную частоту выпадения «орла» в данном эксперименте.

Решение.

Абсолютная частота — 28;
относительная частота выпадения «орла»:
28/50 = 0,56 = 56%.
Ответ: 56%.

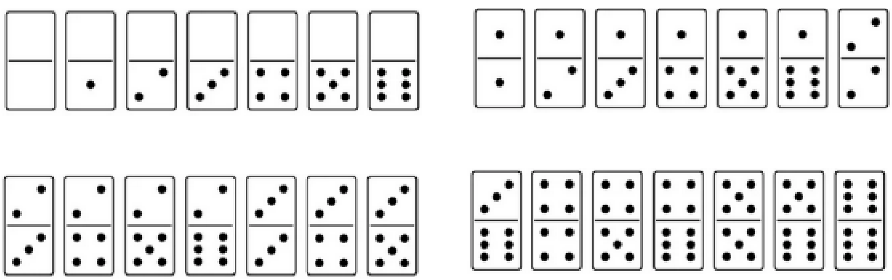
48. При стрельбе по мишени относительная частота попаданий 9/10. Найдите число попаданий в мишень при 50 выстрелах.

3. Классическое определение вероятности

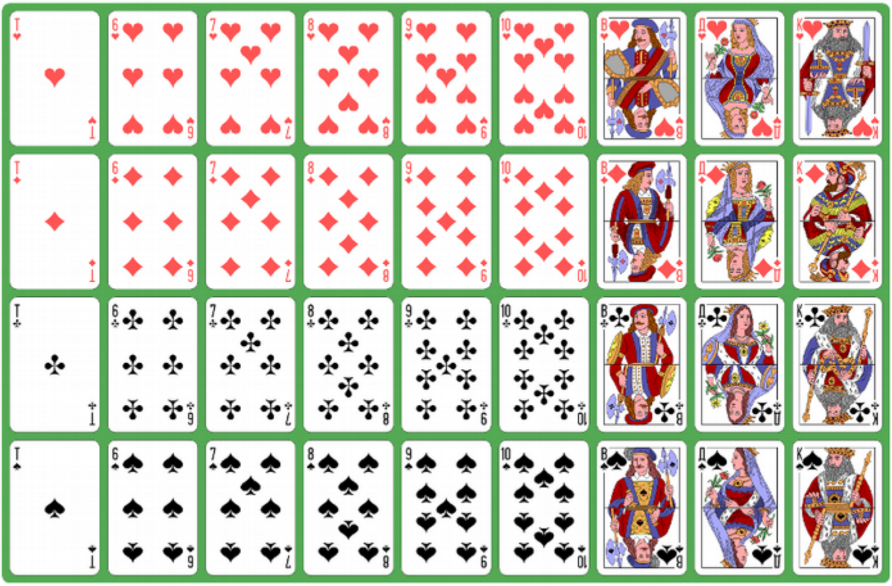
Монета в теории вероятностей имеет только две стороны. Выпадение «орла», выпадение «решки» — равновероятные события. Никакой другой вариант невозможен, монета не может потеряться или встать на ребро.

Кубик игральный в теории вероятностей имеет шесть граней правильной формы. Выпадение каждого из чисел (1, 2, 3, 4, 5, 6) — равновероятные события. Никакой другой вариант невозможен, кубик не может потеряться или встать на ребро.

Домино. В классическом наборе 28 прямоугольных фишек, которые разделены на две части. На каждой части точками отмечены числа от 0 до 6 включительно.



Карты игральные — это классическая игровая колода, которая включает в себя 36 карт, разделенных на 4 масти: бубны (♦), пики (♠), черви (♥) и трефы (♣). Каждая масть содержит карты от 6 до туза.



Рассмотрим случайный эксперимент, который может завершиться одним из n возможных исходов, причём все исходы *равновероятны*, нет никаких оснований считать один исход вероятнее другого.

Например:

1) при бросании монеты число возможных исходов $n = 2$, может выпасть «орёл» или «решка»;

2) при бросании кубика число возможных исходов $n = 6$, может выпасть 1, 2, 3, 4, 5 или 6.
Пусть ровно m из этих n исходов приводят к наступлению некоторого события A, такие исходы называются *благоприятными*.
Классическое определение вероятности: $P(A) = m/n$.
Вероятность случайного события A — это отношение m/n, где n — число всех возможных исходов эксперимента, m — число исходов, благоприятных для события A.
Например:
1) пусть благоприятным исходом будет выпадение «орла» при бросании монеты, $m = 1$; $n = 2$; вероятность выпадения «орла» при бросании монеты равна 1/2;
2) пусть благоприятным исходом будет выпадение тройки при бросании кубика, $m = 1$; $n = 6$; вероятность выпадения тройки при бросании игрального кубика равна 1/6.
Классическое определение вероятности можно использовать только в случае с равновероятными исходами!
Противоположные события — пара событий A и B таких, что если происходит событие A, то событие B не происходит и наоборот. Из двух противоположных событий одно обязательно произойдёт, а одновременно они произойти не могут.
Сумма вероятностей противоположных событий равна единице: $P(A) + P(B) = 1$.

Вероятность противоположного события: P(B) = 1 – P(A).
Примеры противоположных событий:
1) выпадение «орла», выпадение «решки» при бросании монеты;
2) выпадение нечётного числа, выпадение чётного числа при бросании кубика.

49. Монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что «орёл» выпадет не менее двух раз.

Решение.

Возможные варианты:
ООО; ООР; ОРО; РОО; ОРР; РОР; РРО; РРР.
Вероятность того, что «орёл» выпадет не менее двух раз:
4/8 = 1/2 = 0,5 = 50%.
Ответ: 50%.

-
-
-

84. Коля забыл две последние цифры телефонного номера, но помнил, что одна из них — 5, а другая — чётная, но не двойка. Найдите вероятность того, что он наберёт правильный номер.

4. Задачи повышенной сложности

Объединением двух или нескольких событий называется событие, состоящее в наступлении хотя бы одного из них в результате испытания.
Например: в ящике один красный шар и один белый шар;
событие A — извлечён красный шар;
событие B — извлечён белый шар;
событие (A ∪ B) — извлечён красный или белый шар.
Вероятность объединения: P(A ∪ B) = P(A) + P(B).
Вероятность объединения двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий.

Пересечением двух или нескольких событий называется событие, состоящее в совместном наступлении всех этих событий в результате испытания.
Например:
событие A — из колоды карт вынут туз;
событие B — вынута карта пиковой масти;
событие (A ∩ B) — вынут пиковый туз.
Вероятность пересечения: P(A ∩ B) = P(A) · P(B).
Вероятность пересечения двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий.

85. Монету бросают четыре раза. Найдите вероятность

того, что «орёл» выпадет не менее трёх раз.

Решение.

По правилу произведение: 2 · 2 · 2 · 2 = 16 вариантов.
Возможные варианты:
ОООО, OOOP, OOPO, OPOO, POOO, OOPP, OPPO, PPOO, OPOP, POOP, POPO, OPPP, POPP, PPOP, PPPO, PPPP.
«Орёл» выпадет не менее трёх раз — 5 вариантов:
ОООО, OOOP, OOPO, OPOO, POOO.
Вероятность того, что «орёл» выпадет не менее трёх раз: 5/16.
Ответ: 5/16.

-
-
-

120. Даша забыла три последние цифры телефонного номера, только помнила, что последняя цифра 7 или 9, а две другие разные чётные, и набрала их наугад. Найдите вероятность того, что номер набран верно.

Решения и ответы

5. 4.
На гранях кубика: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
Событие 4 (выпадение нуля) — невозможное событие.

6. 4.
На гранях кубика: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
Событие 4 (выпадение десятки) — невозможное событие.

7. 3.
На гранях кубика: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
Событие 3 (выпадение числа не больше шести) — достоверное событие.

8. 4.
На гранях кубика: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
Событие 4 (выпадение числа не меньше единицы) — достоверное событие.

120. 1/40 = 0,025 = 2,5%.
Последняя цифра 7 или 9 — два варианта.
Чётные цифры: 0, 2, 4, 6, 8.
Две другие разные чётные, по правилу произведения:
$5 \cdot 4 = 20$.
Вероятность того, что номер набран верно:
$1/(2 \cdot 20) = 1/40 = 0{,}025 = 2{,}5\%$.

МетаШкола

ISBN 978-5-6051167-1-4

9 785605 116714 >