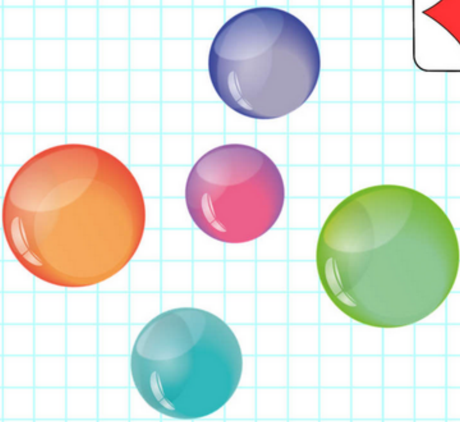
Е. В. Смыкалова

МАТЕМАТИКА

ЗАДАЧИ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ



4

Е. В. Смыкалова

Математика
Задачи
по теории вероятностей

4 класс

Демоверсия

Санкт-Петербург
СМИ МетаШкола
2023

УДК 373.51
ББК 20.я72

Смыкалова Елена Владимировна

С52 Математика. Задачи по теории вероятностей.
4 класс: Сборник задач / Е. В. Смыкалова. – СПб.: СМИ МетаШкола, 2023. – 72 с. – ISBN 978-5-6051167-0-7

Сборник содержит 120 задач по теории вероятностей для 4 класса: задачи на случайные события; задачи на статистическое и классическое определение вероятности. Рассматриваются различные способы решения задач. Приводятся образцы оформления для первых четырёх задач каждой главы. Ко всем задачам есть ответы и подробные решения в конце книги. Книга будет интересна и полезна ученикам 4 класса, их родителям и учителям математики.

ISBN 978-5-6051167-0-7

www.metaschool.ru

Оглавление

Предисловие

Сборник содержит 120 задач по теории вероятностей для 4 класса. В первой главе — задачи на случайные события; во второй главе — задачи на статистическое определение вероятности; в третьей — задачи на классическое определение вероятности; в четвёртой — задачи повышенной сложности.

Рассматриваются различные способы решения задач. Приводятся образцы оформления для первых четырёх задач каждой главы. Ко всем задачам есть ответы и подробные решения в конце книги. Книга будет интересна и полезна ученикам 4 класса, их родителям и учителям математики.

Это первая книга серии «Задачи по теории вероятностей» 4 – 9 классы.
Материал книги был апробирован на уроках математики, на занятиях математического кружка в Физико-математическом лицее № 366 Санкт-Петербурга и в интернет-кружке МетаШколы www.metaschool.ru.

Желаем успехов в изучении математики!

1. Случайные события

Кубик игральный в теории вероятностей имеет шесть граней правильной формы. На каждой грани выбито точками число, и при бросании кубика выпадает одно из шести чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Сумма чисел на противоположных гранях равна 7.

Случайные события — это события, которые при одних и тех же условиях могут произойти, а могут и не произойти. Например: выпадение пятёрки при бросании кубика.
Невозможные события — в данных условиях произойти не могут. Например: выпадение семёрки при бросании кубика.

Достоверные события — в данных условиях произойдут обязательно. Например: выпадение числа меньше семи при бросании кубика.
Одни случайные события более вероятные — ближе к достоверным, а другие менее вероятные — ближе к невозможным.

1. Бросают кубик. Какое из событий достоверное:
1) выпадение числа не больше, чем 5;
2) выпадение чётного числа;
3) выпадение числа меньше, чем 7;
4) выпадение числа больше, чем 4?

Решение.

На гранях кубика: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
1) Не является достоверным, может выпасть 6.
2) Не является достоверным, может выпасть нечётное число.
3) Достоверное событие, числа 1, 2, 3, 4, 5, 6 меньше, чем 7.
4) Не является достоверным, может выпасть 1, 2, 3 или 4.
Ответ: 3.

24. В коробке лежат шарики: 4 белых, 5 красных и 3 чёрных. Наугад вынимается один шарик. Какое событие наиболее вероятно:

1) вынутый шарик не белый;
2) вынутый шарик красный;
3) вынутый шарик не чёрный;
4) вынутый шарик белый?

2. Статистическое определение вероятности

Монета в теории вероятностей имеет только две стороны, одна из которых «орёл», другая — «решка». Монету бросают, и она падает одной из сторон вверх.

Чтобы выяснить, насколько вероятно то или иное случайное событие, связанное с экспериментом, нужно подсчитать, как часто оно происходит. При этом рассматривают две величины:

- *абсолютная частота* показывает, сколько раз в серии экспериментов наблюдалось данное событие;
- *относительная частота* показывает, какая доля экспериментов завершилась наступлением данного события.

Относительная частота определяется делением абсолютной частоты на число экспериментов: n/N. Например: при бросании монеты «орёл» выпал 11 раз из 20; абсолютная частота равна 11, а относительная частота равна 11/20.

Статистическое определение вероятности: за вероятность случайного события принимается его относительная частота, полученная в серии экспериментов: P=n/N.

- Для невозможного события n=0, относительная частота равна 0, вероятность события равна 0, это событие не произойдет.
- Для достоверного события n=N, относительная частота равна 1, событие обязательно произойдет.
- Для случайного события 0≤n≤N, относительная частота от 0 до 1 включительно, вероятность события от 0 до 1 включительно.

25. Проведён эксперимент по бросанию монеты. «Орёл» выпал 49 раз, а «решка» — 52 раза. Найдите относительную частоту выпадения «орла» в данном эксперименте.

Решение.

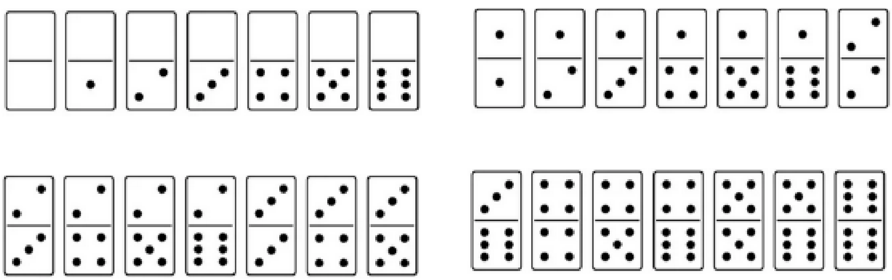
Монету подбрасывали 49 + 52 = 101 раз.
Относительная частота выпадения «орла»: 49/101.
Ответ: 49/101.

-
-
-

48. Стрелок 45 раз попал в мишень и 8 раз — не попал. Найдите относительную частоту попаданий в мишень.

3. Классическое определение вероятности

Монета в теории вероятностей имеет только две стороны. Выпадение «орла», выпадение «решки» — равновероятные события. Никакой другой вариант невозможен, монета не может потеряться или встать на ребро.
Кубик игральный в теории вероятностей имеет шесть граней правильной формы. Выпадение каждого из чисел (1, 2, 3, 4, 5, 6) — равновероятные события. Никакой другой вариант невозможен, кубик не может потеряться или встать на ребро.
Домино. В классическом наборе 28 прямоугольных фишек, которые разделены на две части. На каждой части точками отмечены числа от 0 до 6 включительно.

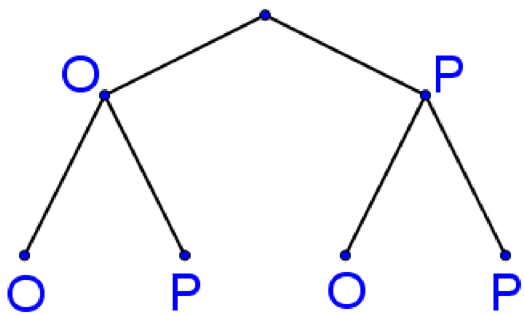


Рассмотрим случайный эксперимент, который может завершиться одним из n возможных исходов, причём все исходы *равновероятны*, нет никаких оснований считать один исход вероятнее другого.
Например:
1) при бросании монеты число возможных исходов n = 2, может выпасть «орёл» или «решка»;
2) при бросании кубика число возможных исходов n = 6, может выпасть 1, 2, 3, 4, 5 или 6.
Пусть ровно m из этих n исходов приводят к наступлению некоторого события A, такие исходы называются *благоприятными*.
Классическое определение вероятности: *P(A) = m/n.*
Вероятность случайного события A — это отношение m/n, где n — число всех возможных исходов эксперимента, m — число исходов, благоприятных для события A.
Например:
1) пусть благоприятным исходом будет выпадение «орла» при бросании монеты, m = 1; n = 2; вероятность выпадения «орла» при бросании монеты равна 1/2;
2) пусть благоприятным исходом будет выпадение тройки при бросании кубика, m = 1; n = 6; вероятность выпадения тройки при бросании игрального кубика равна 1/6.
Классическое определение вероятности можно использовать только в случае с равновероятными исходами!

Противоположные события — пара событий A и B таких, что если происходит событие A, то событие B не происходит и наоборот. Из двух противоположных событий одно обязательно произойдёт, а одновременно они произойти не могут.
Сумма вероятностей противоположных событий равна единице: P(A) + P(B) = 1.
Вероятность противоположного события: P(B) = 1 – P(A).
Примеры противоположных событий:
1) выпадение «орла», выпадение «решки» при бросании монеты;
2) выпадение нечётного числа, выпадение чётного числа при бросании кубика.

49. Монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что «орёл» выпадет один или два раза.

Решение.



Возможные варианты: ОО; ОР; РО; РР.
Вероятность того, что «орёл» выпадет один или два раза: 3/4.
Ответ: 3/4.

-
-
-

84. В лотерее 7 выигрышных билетов и 143 билета без выигрыша. Какова вероятность выиграть в эту лотерею, купив один билет?

4. Задачи повышенной сложности

Объединением двух или нескольких событий называется событие, состоящее в наступлении хотя бы одного из них в результате испытания.
Например: в ящике один красный шар и один белый шар;
событие A — извлечён красный шар;
событие B — извлечён белый шар;
событие $(A \cup B)$ — извлечён красный или белый шар.
Вероятность объединения: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
Вероятность объединения двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий.

85. Случайным образом выбирается трёхзначное число. Найдите вероятность того, что первая цифра этого числа — 5, а последняя цифра — 6.

Решение.

По правилу произведения:
1) всего трёхзначных чисел: $9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$;
2) трёхзначных чисел, первая цифра которых 5,
а последняя 6: $1 \cdot 10 \cdot 1 = 10$.
Вероятность того, что первая цифра этого числа — 5,
а последняя цифра — 6: 10/900 = 1/90.
Ответ: 1/90.

-
-
-

120. В автомобильном номере три цифры. Найдите вероятность того, что в выбранном номере две последние цифры — нули.

Решения и ответы

5. 3.
На гранях кубика: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
Событие 3 (выпадение семёрки) — невозможное событие.

6. 4.
На гранях кубика: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
Событие 4 (выпадение восьмёрки) —
невозможное событие.

7. 3.
На гранях кубика: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
Событие 3 (выпадение числа меньше семи) —
достоверное событие.

8. 4.
На гранях кубика: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
Событие 4 (выпадение числа не больше шести) —
достоверное событие.

-
-
-

120. 10/1000 = 1/100.
Всего вариантов:
первая цифра — любая из десяти (0, 1, 2, …, 9);
вторая цифра — любая из десяти (0, 1, 2, …, 9);
третья цифра — любая из десяти (0, 1, 2, …, 9).
По правилу произведения: $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$.
В выбранном номере:
первая цифра — любая из десяти (0, 1, 2, …, 9);
вторая цифра — 0, один вариант;
третья цифра — 0, один вариант.
По правилу произведения: $10 \cdot 1 \cdot 1 = 10$.
Вероятность того, что в выбранном номере две последние цифры — нули: 10/1000 = 1/100.

МетаШкола

ISBN 978-5-6051167-0-7