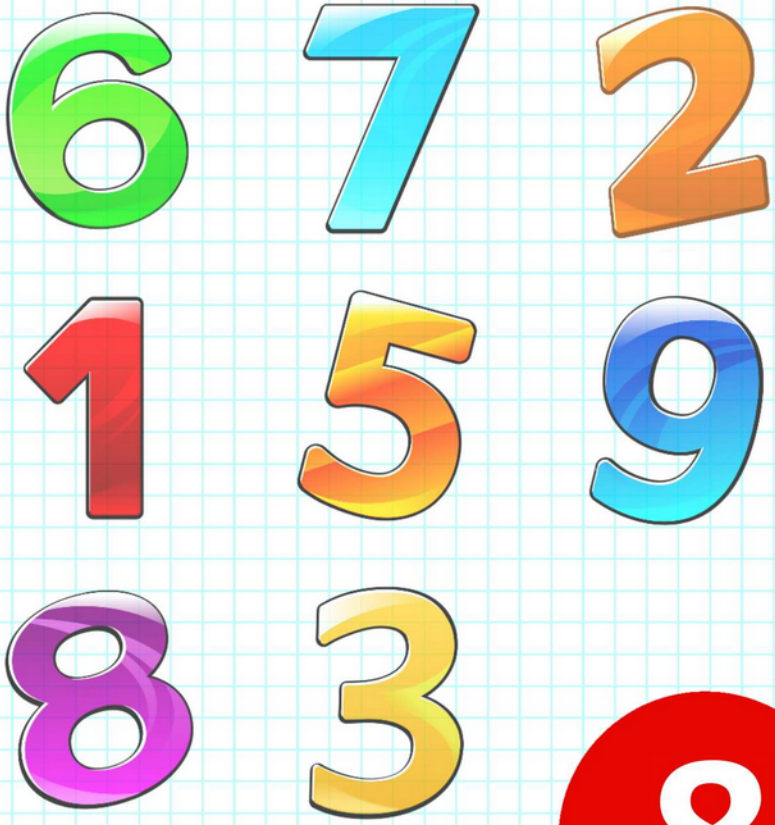
Е. В. Смыкалова

МАТЕМАТИКА

ЗАДАЧИ НА ЧИСЛА



8

Е. В. Смыкалова

Математика
Задачи на числа
8 класс

Демоверсия

Санкт-Петербург
СМИ МетаШкола
2023

УДК 373.51
ББК 20.я72

Смыкалова Елена Владимировна

С52 Математика. Задачи на числа 8 класс: Сборник задач / Е. В. Смыкалова. – СПб.: СМИ МетаШкола, 2023. – 140 с. – ISBN 978_5_6048921_8_3

Сборник содержит 250 задач на числа для 8 класса. Это задачи на натуральный ряд, на чётность и делимость, на сложение, вычитание, умножение и деление, на степень числа, задачи на цифры и буквы, головоломки с системами уравнений. Рассматриваются различные способы решения задач, приводятся образцы оформления. Ко всем задачам есть решения и ответы. Книга будет интересна и полезна ученикам 8 класса, их родителям и учителям математики.

ISBN 978_5_6048921_8_3
© Смыкалова Е. В., 2023
© СМИ МетаШкола, 2023

Все права защищены.
Эта книга, целиком или частично, не может быть использована или размещена где-либо в любой форме и с использованием любых технических средств без письменного разрешения владельца авторских прав. Нарушение прав преследуется по закону.

www.metaschool.ru

Оглавление

Предисловие.....5

1. Натуральный ряд.....6

2. Чётность и делимость.....15

3. Сложение и вычитание чисел.....23

4. Умножение и деление чисел.....31

5. Степень числа.....39

6. Цифры и буквы.....45

7. Головоломки с системами уравнений.....53

Решения и ответы.....63

Предисловие

Сборник содержит 250 задач на числа. В первой главе задачи на натуральный ряд, во второй — задачи на чётность и делимость, в третьей — задачи на сложение и вычитание, в четвёртой — задачи на умножение и деление, в пятой — задачи на степень числа, в шестой — задачи на цифры и буквы, в седьмой — головоломки с системами уравнений.

Рассматриваются различные способы решения задач, приводятся образцы оформления. Ко всем задачам даются решения и ответы. Книга будет интересна и полезна ученикам 8 класса, их родителям и учителям математики.

Это пятая книга серии «Задачи на числа» 4 - 9 классы. Материал книги был апробирован на уроках математики, на занятиях математического кружка в Физико-математическом лицее № 366 Санкт-Петербурга и в интернет-кружке МетаШколы www.metaschool.ru.

Желаем успехов в изучении математики!

1. Натуральный ряд

1. Сколько чётных натуральных чисел между числами 135 и 1357?

Решение.

Натуральные числа между числами 135 и 1357:
136, 137, 138, …, 1356.
Это числа от 136 до 1356 включительно.
Чтобы узнать, сколько таких чисел, надо из наибольшего из них вычесть первые 135 числа: 1356 – 135 = 1221.
В ряду от 136 до 1356 включительно чётных на 1 больше, чем нечётных.
1221 : 2 = 610 (ост. 1).
Нечётных чисел — 610, а чётных — 611.
Ответ: 611.

2. Записаны одно за другим подряд нечётные числа натурального ряда 1357911131517 …
Какая цифра будет записана на 1456 месте?

-
-
-

40. В трёхзначном числе зачеркнули среднюю цифру. Полученное двузначное число оказалось в 6 раз меньше первоначального трёхзначного. Найдите сумму цифр первоначального трёхзначного числа.

2. Чётность и делимость

41. Вставьте пропущенные цифры 1357*9*, если известно, что число делится на 45. Назовите все возможные варианты.

Решение.

45 = 5 · 9; 5 и 9 — взаимно простые числа;
число 1357*9* должно делится и на 5, и на 9.
Применить признаки делимости на 5 и на 9:
последняя цифра 0 или 5; сумма цифр числа должна делиться на 9.
Числа 1357290 и 1357695.
Ответ: 1357290; 1357695.

42. Вставьте пропущенные цифры так, чтобы пятизначное число 753** делилось и на 8, и на 12, и на 15. Назовите полученное пятизначное число.

-
-
-

80. Какую цифру надо написать вместо звёздочки, чтобы число 10203020* делилось на 13?

3. Сложение и вычитание чисел

81. Найдите значение суммы нечётных натуральных чисел от 1 до 501 включительно: 1 + 3 + 5 + … + 501.

Решение.

В натуральном ряду от 1 до 500 —
250 нечётных чисел и 250 чётных чисел.
250 нечётных чисел разбить на пары, будет 125 пар.
Сумма первого слагаемого и последнего равна
1 + 499 = 500, сумма второго слагаемого и предпоследнего
3 + 497 = 500, тоже равна 500 и так далее.
500 · 125 = 62500 — это значение суммы нечётных натуральных чисел от 1 до 499 включительно.
К этому значению надо прибавить слагаемое 501.
62500 + 501 = 63001.
Ответ: 63001.

82. Сумма шести последовательных нечётных натуральных чисел равна 216. Найдите наибольшее из этих чисел.

-
-
-

120. Сколько различных значений можно получить, расставляя скобки в выражении
– 2 – 2 – 2 – 2 … – 2 (1000 двоек)?

4. Умножение и деление чисел

121. Верно ли утверждение: значение выражения $a^3 + 11a$ делится на 6 при любом целом a?

Решение.

$a^3 + 11a = a^3 – a + 12a = a(a^2 – 1) + 12a =$
$= (a – 1) \cdot a \cdot (a + 1) + 12a.$
$(a – 1) \cdot a \cdot (a + 1)$ — делится на 6;
из трёх последовательных чисел одно делится на 3,
и по крайней мере одно делится на 2.
12a — делится на 6.
Утверждение верно.
Ответ: да.

122. Если от задуманного трёхзначного числа отнять 9, то получившееся число разделится на 9. Если от задуманного числа отнять 10, то результат разделится на 10. Если к числу прибавить 11, то результат разделится на 11. Назовите задуманное число.

-
-
-

160. Если между цифрами двузначного числа вставить это же двузначное число, то полученное число будет в 77 раз больше данного двузначного. Найдите это двузначное число.

5. Степень числа

161. Какая цифра будет последней после возведения числа 12 в степень 345?

Решение.

Основание степени оканчивается на 2.
Последние цифры значений степеней числа, которое оканчивается на 2: 2, 4, 8, 6, 2, 4, 8, 6, …;
повторяются четыре цифры 2, 4, 8, 6.
Показатель степени 345;
345 при делении на 4 даёт остаток 1.
12^{345} — оканчивается на цифру 2.
Ответ: 2.

162. Найдите остаток от деления на 5 значения суммы $13^{13} + 17^{17}$.

-
-
-

200. Упростите выражение: $2^{11} + 2^{11} + 2^{12} + 2^{13} + 2^{14} + 2^{15}$.

6. Цифры и буквы

201. Расшифруйте: AB + B = 96; A – B = 6. Одинаковые буквы — это одинаковые цифры, разные буквы — разные цифры. Найдите значение суммы: A + B.

Решение.

10A + B + B = 96;
10A + 2B = 96;
5A + B = 48; A – B = 6;
6A = 54;
A = 9, B = 3;
93 + 3 = 96; 9 – 3 = 6;
A + B = 9 + 3 = 12.
Ответ: 12.

202. Расшифруйте запись: AB + BA = 132; A – B = 2. Одинаковые буквы — это одинаковые цифры, разные буквы — разные цифры. Найдите значение суммы: A + B + A.

-
-
-

230. Расшифруйте запись: СОСНА · 5 = ТАЙГА.
Одинаковые буквы — это одинаковые цифры,
разные буквы — разные цифры. Известно, что О = 4.
Найдите значение суммы: Т + А + Й + Г + А.

7. Головоломки с системами уравнений

231.

$$\triangle \cdot \triangle : \triangle = 30 - \triangle$$
$$\bigstar \cdot \bigstar = -30 \cdot \bigstar$$
$$\bigstar : \triangle - \triangle = ?$$

232.

$$\lozenge \cdot \lozenge - \lozenge \cdot \triangledown = 5$$
$$\triangledown \cdot \triangledown - \triangledown \cdot \lozenge = -4$$
$$\lozenge \cdot \lozenge + \triangledown \cdot \triangledown = ?$$

⋮

250.

$$\triangle \cdot \triangle + \lozenge \cdot \lozenge = 52$$

$$\triangle \cdot \lozenge = 24$$

$$\bigstar \cdot \bigstar : \bigstar + 1 = 0$$

$$\bigstar \cdot (\triangle + \lozenge)^2 = ?$$

Решения и ответы

5. 44449.
Для записи однозначных чисел потребуется 9 цифр.
Для записи двузначных чисел 2 · 90 = 180 цифр.
Для записи трёхзначных чисел 3 · 900 = 2700 цифр.
Для записи четырёхзначных чисел 4 · 9000 = 36000 цифр.
Для записи пятизначных чисел
5 · (11111 – 9999) = 5560 цифр.
Всего: 9 + 180 + 2700 + 36000 + 5560 = 44449 цифр.

6. 94953.
Для записи однозначных чисел потребуется 8 цифр.
Для записи двузначных чисел 2 · 90 = 180 цифр.
Для записи трёхзначных чисел 3 · 900 = 2700 цифр.
Для записи четырёхзначных чисел 4 · 9000 = 36000 цифр.
Для записи пятизначных чисел
5 · (21212 – 9999) = 56065 цифр.
Всего: 8 + 180 + 2700 + 36000 + 56065 = 94953 цифры.

-
-
-

250. –100.

1) $6 \cdot 6 + 4 \cdot 4 = 52$;

$6 \cdot 4 = 24$;

$(-1) \cdot (-1) : (-1) + 1 = 0$;

$(-1) \cdot (6 + 4)^2 = -100$;

2) $(-6) \cdot (-6) + (-4) \cdot (-4) = 52$;

$(-6) \cdot (-4) = 24$;

$(-1) \cdot (-1) : (-1) + 1 = 0$;

$(-1) \cdot ((-6) + (-4))^2 = -100$;

3) $4 \cdot 4 + 6 \cdot 6 = 52$;

$4 \cdot 6 = 24$;

$(-1) \cdot (-1) : (-1) + 1 = 0$;

$(-1) \cdot (4 + 6)^2 = -100$;

4) $(-4) \cdot (-4) + (-6) \cdot (-6) = 52$;

$(-4) \cdot (-6) = 24$;

$(-1) \cdot (-1) : (-1) + 1 = 0$;

$(-1) \cdot ((-4) + (-6))^2 = -100$.

МетаШкола

1, 2, 3, 4, ?, 6, ...

2, 4, 6, 8, ?, 12, ...

1, 3, 5, 7, ?, 11, ...

1, 4, 9, 16, ?, 36, ...

1, 8, 27, 64, ?, 216, ...

1, 2, 6, 24, ?, 720, ...

1, 1, 2, 3, ?, 8, ...

3, 1, 4, 1, ?, 9, ...

2, 7, 1, 8, ?, 8, ...

ISBN 978-5-6048921-8-3

9 785604 892183