Е. В. Смыкалова

МАТЕМАТИКА

ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ



Е. В. Смыкалова

Математика
Задачи на движение
9 класс

Демоверсия

Санкт-Петербург
СМИ МетаШкола
2022

УДК 373.51
ББК 20.я72

Смыкалова Елена Владимировна

С52 Математика. Задачи на движение. 9 класс: Сборник задач / Е. В. Смыкалова. – СПб. : СМИ МетаШкола, 2022. – 106 с. – ISBN 978_5_6048230_5_7

Сборник содержит 120 задач на движение для 9 класса. Рассматриваются наиболее сложные задачи школьного курса: задачи на движение по прямой, по замкнутой трассе, по реке; задачи на среднюю скорость; задачи на движение протяжённых тел.

В сборник включены задачи ОГЭ и ЕГЭ. Ко всем задачам есть решения и ответы.

Книга будет интересна и полезна ученикам 9 класса, их родителям и учителям математики.

ISBN 978_5_6048230_5_7

© Смыкалова Е. В., 2022
© Осмехина Е. С., дизайн обложки, 2022
© СМИ МетаШкола, 2022

Все права защищены.
Эта книга, целиком или частично, не может быть использована или размещена где-либо в любой форме и с использованием любых технических средств без письменного разрешения владельца авторских прав. Нарушение прав преследуется по закону.

www.metaschool.ru

Оглавление

Предисловие.....5

1. Задачи на движение по прямой.....7

2. Задачи на движение по замкнутой трассе.....16

3. Задачи на движение по реке.....24

4. Задачи на среднюю скорость.....31

5. Задачи на движение протяжённых тел.....37

6. Разные задачи.....44

Решения и ответы.....50

Предисловие

Сборник задач для 9 класса содержит 120 задач всех основных типов: задачи на движение по прямой, по замкнутой трассе, по реке; задачи на среднюю скорость; задачи на движение протяжённых тел. Включены некоторые задачи ОГЭ и ЕГЭ.

Рассматриваются различные способы решения задач, приводятся образцы оформления.
Ко всем задачам даются решения и ответы.
Книга будет интересна и полезна ученикам 9 класса, их родителям и учителям математики.

Материал книг «Задачи на движение» был апробирован на уроках математики и на занятиях математического кружка в Физико-математическом лицее № 366 Санкт-Петербурга и на занятиях интернет-кружка МетаШколы www.metaschool.ru.

Желаем успехов в изучении математики!

1. Задачи на движение по прямой

1. Расстояние между городами скорый поезд проходит на 4 часа быстрее товарного и на 1 час быстрее пассажирского. Найдите скорость товарного и скорого поездов, если известно, что скорость товарного составляет 5/8 от скорости пассажирского и на 50 км/ч меньше скорости скорого.

Решение.

Пусть x (км/ч) — скорость пассажирского поезда, $x > 0$;
y (км) — расстояние между городами.

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
Скорый	$5/8 \cdot x + 50$	$y : (5/8 \cdot x + 50)$	y
Пассажирский	x	$y : x$	y
Товарный	$5/8 \cdot x$	$y : (5/8 \cdot x)$	y

Составим и решим систему уравнений:
$\{y : (5/8 \cdot x) - y : (5/8 \cdot x + 50) = 4;\ y : (5/8 \cdot x) - y : x = 3$
$\{y : 5x/8 - y : (5x/8 + 50) = 4;\ y : 5x/8 - y : x = 3$

$\{8y/5x – 8y/(5x + 400) = 4; 3y/5x = 3$

$\{25x^2 + 2000x – 800y = 0; y = 5x$

$\{x^2 + 80x – 32y = 0; y = 5x$

$x^2 + 80x – 160x = 0$

$x^2 – 80x = 0$

$x(x – 80) = 0$

Корни уравнения: 80; 0 (не подходит, $x > 0$).

$x = 80$ (км/ч); $y = 400$ (км).

Скорость товарного поезда: $5/8 \cdot 80 = 50$ (км/ч).

Скорость скорого поезда: $5/8 \cdot 80 + 50 = 100$ (км/ч).

Ответ: 50 км/ч; 100 км/ч.

-
-
-

-
-
-

20. Два поезда выехали одновременно в одном направлении из городов A и B, расположенных на расстоянии 60 км друг от друга, и одновременно прибыли на станцию C. Если бы один из них увеличил свою скорость на 25 км/ч, а другой — на 20 км/ч, то они прибыли бы одновременно на станцию C, но на 2 часа раньше. Найдите скорости поездов.

2. Задачи на движение по замкнутой трассе

21. По окружности длиной в 760 м движутся два тела. Одно из них проходит в секунду на 2 м больше другого и проходит всю окружность на 1 секунду быстрее. Сколько метров в секунду проходит каждое тело?

Решение.

Пусть одно тело проходит в секунду x (м), $x > 0$,
тогда другое будет проходить в секунду $(x + 2)$ (м).
Первое пройдёт окружность за $760/x$ (с),
а второе за $760/(x + 2)$ (с).
Второе проходит всю окружность на 1 секунду быстрее первого:
$760/x – 760/(x + 2) = 1$;
$x^2 + 2x – 1520 = 0$.
Корни уравнения: 38; –40 (не подходит, $x > 0$).
$x = 38$ (м/с) ; $x + 2 = 40$ (м/с).
Ответ: 38 м/с; 40 м/с.

-
-
-

-
-
-

40. Два спортсмена бегают по замкнутой дорожке стадиона, на пробег всей дорожки один тратит на 5 секунд меньше другого. Если они начинают бег с линии старта одновременно и в одном направлении, то окажутся рядом через 30 секунд. Через какое время они встретятся, если побегут одновременно с линии старта в противоположных направлениях?

3. Задачи на движение по реке

$V_{\text{по течению}} = V_{\text{собственная}} + V_{\text{течения реки}}$

$V_{\text{против течения}} = V_{\text{собственная}} - V_{\text{течения реки}}$

$V_{\text{собственная}} = (V_{\text{по течению}} + V_{\text{против течения}}) : 2$

$V_{\text{течения реки}} = (V_{\text{по течению}} - V_{\text{против течения}}) : 2$

41. Скорость катера при движении по реке против течения составляет 1/3 от скорости катера по течению. На сколько процентов скорость течения реки меньше собственной скорости катера?

Решение.

Пусть x (км/ч) — собственная скорость катера,
y (км/ч) — скорость течения реки.
Составим уравнение:
$x - y = 1/3(x + y)$;
$3x - 3y = x + y$;
$2x = 4y$; $x = 2y$.
Найдём, на сколько процентов:
2y — это 100%;
y — это 50%.

Скорость течения реки меньше собственной скорости катера на 50%.
Ответ: на 50%.

-
-
-

60. Из пункта А вниз по реке вышел плот. Через час вслед за ним вышел катер, догнал плот и вернулся обратно, затратив на весь путь 48 минут. Скорость течения реки равна 4 км/ч. Найдите собственную скорость катера.

4. Задачи на среднюю скорость

$$v = \frac{S}{t}$$

$$\text{Средняя скорость} = \frac{\text{Весь путь}}{\text{Всё время}}$$

61. Первую половину пути автобус шёл со скоростью в 8 раз большей, чем вторую. Средняя скорость автобуса на всем пути оказалась 16 км/ч. Найдите скорость автобуса на второй половине пути.

Решение.

Пусть S (км) — половина пути, 2S (км) — весь путь,
x (км/ч) — скорость на второй половине пути,
8x (км/ч) — скорость на первой половине пути.
S/x + S/8x = 2S/16;
1/x + 1/8x = 2/16;
x = 9.
Скорость автобуса на второй половине пути 9 км/ч.
Ответ: 9 км/ч.

-
-
-

80. Турист половину времени всего движения ехал на велосипеде со скоростью 20 км/ч, половину оставшегося пути со скоростью 15 км/ч, а последний участок пути — со скоростью 6 км/ч. Найдите среднюю скорость на всём пути. Дайте ответ с точностью до целых.

5. Задачи на движение протяжённых тел

81. Турист проехал мимо платформы длиной 200 м за 12 секунд, а встречный поезд длиной 90 м прошёл мимо туриста за 3 секунды. Найдите скорость встречного поезда.

Решение.

12 с = 12/3600 ч = 1/300 ч; 200 м = 0,2 км.
Скорость поезда, в котором едет турист:
0,2 : 1/300 = 60 (км/ч).
Пусть x (км/ч) — скорость встречного поезда.
Скорость сближения поездов: x + 60 (км/ч).
3 с = 3/3600 ч = 1/1200 ч; 90 м = 0,09 км.
$(x + 60) \cdot 1/1200 = 0,09$;
$x + 60 = 108$;
$x = 48$.
Скорость встречного поезда 48 км/ч.
Ответ: 48 км/ч.

-
-
-

-
-
-

100. По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 140 м, второй — длиной 60 м. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго составляет 800 м. Через 15 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 1000 м.
На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

6. Разные задачи

101. Из пункта A по одному шоссе выезжают одновременно два автомобиля, а через час вслед за ними выезжает третий. Через час расстояние между третьим и первым автомобилями уменьшилось в 1,5 раза, а между третьим и вторым — в 2 раза. Третий автомобиль не обогнал первых двух. Во сколько раз скорость первого автомобиля больше скорости второго?

102. В соревнованиях по бегу на дистанции 120 м участвуют три бегуна. Скорость одного из них больше скорости второго на 1 м/с, а скорость второго равна полусумме скоростей первого и третьего. Найдите скорость третьего бегуна, если известно, что первый бегун пробежал дистанцию на 3 секунды быстрее третьего.

103. Три поезда выехали одновременно: пассажирский из города A в город B, а скорый и товарный из города B в город A. Пассажирский и скорый поезда встретились через 4 часа. Скорый пришёл в город A на 7 часов раньше товарного. Скорость пассажирского поезда в 1,5 раза больше скорости товарного. За какое время товарный поезд прошёл путь от города B до города A?

-
-
-

120. Если идти шагом по поднимающемуся эскалатору, то можно подняться на 10 секунд раньше, чем если стоять на нём. Если же не идти, а бежать вверх, то можно выиграть ещё 5 секунд. Пассажир, стоя на эскалаторе, поднялся на половину высоты эскалатора, после чего эскалатор остановился. Вторую половину подъёма пассажир шёл шагом. Сколько времени занял весь подъём, если известно, что пассажир бегает в 2 раза быстрее, чем ходит?

Решения и ответы

5. 480 км.
Пусть x (км) — расстояние от A до B.
Скорость первого: x/10 (км/ч).
Скорость второго: x/12 (км/ч).
Скорость сближения, а после встречи скорость удаления:
x/10 + x/12 (км/ч).
Путь, пройденный двумя автомобилями за 7 часов:
(x/10 + x/12) · 7 (км).
Составим и решим уравнение:
(x/10 + x/12) · 7 – x = 136;
x = 480 (км).
Расстояние от A до B 480 км.

6. 2 ч.
Пусть x (ч) — время велосипедиста на весь путь;
y (ч) — время пешехода на весь путь.
Составим и решим систему уравнений:
{5/8 · y – x = 3/4; y/2 - x/2 = 3/4.
{x = 1/2; y = 2.
Пешеход потратит на весь путь 2 часа.

-
-
-

120. 45 с.
Пусть S (м) — длина эскалатора,
x (м/с) — скорость эскалатора,
y (м/с) — скорость пассажира при ходьбе по неподвижному эскалатору;
2y (м/с) — скорость пассажира при беге по неподвижному эскалатору.
Система уравнений:
{S/x – S/(x + y) = 10; S/x – S/(x + 2y) = 15;
{S(x + y) – Sx = 10x(x + y); S(x + 2y) – Sx = 15x(x + 2y);
{Sy = 10x² + 10xy; 2Sy = 15x² + 30xy;
{3Sy = 30x² + 30xy; 4Sy = 30x² + 60xy;
{Sy = 30xy; S = 30x;
{x = S/30; y = S/60;
S/x = 30; S/y = 60.
Время на весь подъём: 30/2 + 60/2 = 15 + 30 = 45 (с).

МетаШкола



ISBN 978-5-6048230-5-7