

Е. В. Смыкалова

МАТЕМАТИКА

ЗАДАЧИ НА ЧИСЛА

6

7

2

1

5

9

8

3

8

Е. В. Смыкалова

Математика
Задачи на числа
8 класс

Демоверсия

Санкт-Петербург
СМИ МетаШкола
2023

Оглавление

Предисловие.....	5
1. Натуральный ряд.....	6
2. Чётность и делимость.....	15
3. Сложение и вычитание чисел.....	23
4. Умножение и деление чисел.....	31
5. Степень числа.....	39
6. Цифры и буквы.....	45
7. Головоломки с системами уравнений.....	53
Решения и ответы.....	63

Предисловие

Сборник содержит 250 задач на числа. В первой главе задачи на натуральный ряд, во второй — задачи на чётность и делимость, в третьей — задачи на сложение и вычитание, в четвёртой — задачи на умножение и деление, в пятой — задачи на степень числа, в шестой — задачи на цифры и буквы, в седьмой — головоломки с системами уравнений.

Рассматриваются различные способы решения задач, приводятся образцы оформления. Ко всем задачам даются решения и ответы. Книга будет интересна и полезна ученикам 8 класса, их родителям и учителям математики.

Это пятая книга серии «Задачи на числа» 4 - 9 классы. Материал книги был апробирован на уроках математики, на занятиях математического кружка в Физико-математическом лицее № 366 Санкт-Петербурга и в интернет-кружке МетаШколы www.metaschool.ru.

Желаем успехов в изучении математики!

1. Натуральный ряд

1. Сколько чётных натуральных чисел между числами 135 и 1357?

Решение.

Натуральные числа между числами 135 и 1357:

136, 137, 138, ..., 1356.

Это числа от 136 до 1356 включительно.

Чтобы узнать, сколько таких чисел, надо из наибольшего из них вычесть первые 135 чисел: $1356 - 135 = 1221$.

В ряду от 136 до 1356 включительно чётных на 1 больше, чем нечётных.

$1221 : 2 = 610$ (ост. 1).

Нечётных чисел — 610, а чётных — 611.

Ответ: 611.

2. Записаны одно за другим подряд нечётные числа натурального ряда 1357911131517 ... Какая цифра будет записана на 1456 месте?

Решение.

Первые 5 мест занимают однозначные нечётные числа.

Нечётных двузначных чисел — 45, каждое из них записывается двумя цифрами, для записи всех нечётных

-
-
-

40. В трёхзначном числе зачеркнули среднюю цифру. Полученное двузначное число оказалось в 6 раз меньше первоначального трёхзначного. Найдите сумму цифр первоначального трёхзначного числа.

2. Чётность и делимость

41. Вставьте пропущенные цифры 1357^*9^* , если известно, что число делится на 45. Назовите все возможные варианты.

Решение.

$45 = 5 \cdot 9$; 5 и 9 — взаимно простые числа;
число 1357^*9^* должно делиться и на 5, и на 9.

Применить признаки делимости на 5 и на 9:
последняя цифра 0 или 5; сумма цифр числа должна делиться на 9.

Числа 1357290 и 1357695.

Ответ: 1357290; 1357695.

42. Вставьте пропущенные цифры так, чтобы пятизначное число 753^{**} делилось и на 8, и на 12, и на 15. Назовите полученное пятизначное число.

Решение.

$$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2;$$

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3;$$

$$15 = 3 \cdot 5.$$

Применить признаки делимости на 3, на 5, на 8:
сумма цифр числа должна делиться на 3;

-
-
-

80. Какую цифру надо написать вместо звёздочки, чтобы число 10203020^* делилось на 13?

3. Сложение и вычитание чисел

81. Найдите значение суммы нечётных натуральных чисел от 1 до 501 включительно: $1 + 3 + 5 + \dots + 501$.

Решение.

В натуральном ряду от 1 до 500 — 250 нечётных чисел и 250 чётных чисел.

250 нечётных чисел разбить на пары, будет 125 пар.

Сумма первого слагаемого и последнего равна

$1 + 499 = 500$, сумма второго слагаемого и предпоследнего

$3 + 497 = 500$, тоже равна 500 и так далее.

$500 \cdot 125 = 62500$ — это значение суммы нечётных натуральных чисел от 1 до 499 включительно.

К этому значению надо прибавить слагаемое 501.

$62500 + 501 = 63001$.

Ответ: 63001.

82. Сумма шести последовательных нечётных натуральных чисел равна 216. Найдите наибольшее из этих чисел.

Решение.

Пусть $(2n + 1)$ — наименьшее число, $(2n + 11)$ — наибольшее число.

-
-
-

120. Сколько различных значений можно получить, расставляя скобки в выражении

$- 2 - 2 - 2 - 2 \dots - 2$ (1000 двоек)?

4. Умножение и деление чисел

121. Верно ли утверждение: значение выражения $a^3 + 11a$ делится на 6 при любом целом a ?

Решение.

$$a^3 + 11a = a^3 - a + 12a = a(a^2 - 1) + 12a = \\ = (a - 1) \cdot a \cdot (a + 1) + 12a.$$

$(a - 1) \cdot a \cdot (a + 1)$ — делится на 6; из трёх последовательных чисел одно делится на 3, и по крайней мере одно делится на 2.

$12a$ — делится на 6.

Утверждение верно.

Ответ: да.

122. Если от задуманного трёхзначного числа отнять 9, то получившееся число разделится на 9. Если от задуманного числа отнять 10, то результат разделится на 10. Если к числу прибавить 11, то результат разделится на 11.

Назовите задуманное число.

Решение.

Единственное трёхзначное число, которое делится на 9, на 10, на 11, это число $9 \cdot 10 \cdot 11 = 990$.

-
-
-

160. Если между цифрами двузначного числа вставить это же двузначное число, то полученное число будет в 77 раз больше данного двузначного. Найдите это двузначное число.

5. Степень числа

161. Какая цифра будет последней после возведения числа 12 в степень 345?

Решение.

Основание степени оканчивается на 2.

Последние цифры значений степеней числа, которое оканчивается на 2:

2, 4, 8, 6, 2, 4, 8, 6, ...; повторяются четыре цифры 2, 4, 8, 6.

Показатель степени 345; 345 при делении на 4 даёт остаток 1.

12^{345} — оканчивается на цифру 2.

Ответ: 2.

162. Найдите остаток от деления на 5 значения суммы $13^{13} + 17^{17}$.

Решение.

Последние цифры значений степеней числа, которое оканчивается на 3:

3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, ...; повторяются четыре цифры 3, 9, 7, 1.

Показатель степени 13; 13 при делении на 4 даёт остаток 1; 13^{13} — оканчивается на цифру 3.

-
-
-

200. Упростите выражение: $2^{11} + 2^{11} + 2^{12} + 2^{13} + 2^{14} + 2^{15}$.

6. Цифры и буквы

201. Расшифруйте: $AB + B = 96$; $A - B = 6$. Одинаковые буквы — это одинаковые цифры, разные буквы — разные цифры. Найдите значение суммы: $A + B$.

Решение.

$$10A + B + B = 96;$$

$$10A + 2B = 96;$$

$$5A + B = 48; A - B = 6;$$

$$6A = 54;$$

$$A = 9, B = 3;$$

$$93 + 3 = 96; 9 - 3 = 6;$$

$$A + B = 9 + 3 = 12.$$

Ответ: 12.

202. Расшифруйте запись: $AB + BA = 132$; $A - B = 2$.

Одинаковые буквы — это одинаковые цифры, разные буквы — разные цифры. Найдите значение суммы:

$$A + B + A.$$

-
-
-

230. Расшифруйте запись: СОСНА · 5 = ТАЙГА.

Одинаковые буквы — это одинаковые цифры, разные буквы — разные цифры. Известно, что $O = 4$. Найдите значение суммы: $T + A + \check{Y} + G + A$.

7. Головоломки с системами уравнений

231.

$$\triangle \cdot \triangle : \triangle = 30 - \triangle$$

$$\star \cdot \star = -30 \cdot \star$$

$$\star : \triangle - \triangle = ?$$

232.

$$\diamond \cdot \diamond - \diamond \cdot \nabla = 5$$

$$\nabla \cdot \nabla - \nabla \cdot \diamond = -4$$

$$\diamond \cdot \diamond + \nabla \cdot \nabla = ?$$

•
•
•

250.

$$\triangle \cdot \triangle + \diamond \cdot \diamond = 52$$

$$\triangle \cdot \diamond = 24$$

$$\star \cdot \star : \star + 1 = 0$$

$$\star \cdot (\triangle + \diamond)^2 = ?$$

Решения и ответы

5. 44449.

Для записи однозначных чисел потребуется 9 цифр.

Для записи двузначных чисел $2 \cdot 90 = 180$ цифр.

Для записи трёхзначных чисел $3 \cdot 900 = 2700$ цифр.

Для записи четырёхзначных чисел $4 \cdot 9000 = 36000$ цифр.

Для записи пятизначных чисел $5 \cdot (11111 - 9999) = 5560$ цифр.

Всего: $9 + 180 + 2700 + 36000 + 5560 = 44449$ цифр.

6. 94953.

Для записи однозначных чисел потребуется 8 цифр.

Для записи двузначных чисел $2 \cdot 90 = 180$ цифр.

Для записи трёхзначных чисел $3 \cdot 900 = 2700$ цифр.

Для записи четырёхзначных чисел $4 \cdot 9000 = 36000$ цифр.

Для записи пятизначных чисел $5 \cdot (21212 - 9999) = 56065$ цифр.

Всего: $8 + 180 + 2700 + 36000 + 56065 = 94953$ цифры.

-
-
-

1, 2, 3, 4, ?, 6, ...

2, 4, 6, 8, ?, 12, ...

1, 3, 5, 7, ?, 11, ...

1, 4, 9, 16, ?, 36, ...

1, 8, 27, 64, ?, 216, ...

1, 2, 6, 24, ?, 720, ...

1, 1, 2, 3, ?, 8, ...

3, 1, 4, 1, ?, 9, ...

2, 7, 1, 8, ?, 8, ...

ISBN 978-5-6048921-8-3



9 785604 892183